

23. *Sans réponse préformulée* — Un rectangle de 10 cm sur 50 cm est inscrit dans un rectangle de 38 cm sur 46 cm. Quelle est, en centimètres, la plus petite distance entre un sommet du premier rectangle et un sommet du deuxième ?
24. *Sans réponse préformulée* — Quel est le plus grand entier naturel k tel que k^2 divise $\frac{n!}{(n-6)!}$ pour tout $n > 6$?
25. Quel est le volume du solide formé de tous les points à distance inférieure à 1 d'un cube plein d'arête 5 ?
- (A) 150 (B) $150 + \frac{49}{3}\pi$ (C) 216 (D) 275 (E) $275 + \frac{49}{3}\pi$
26. Combien de solutions admet l'équation $x^{2012} = 2012^x$, d'inconnue réelle x ?
- (A) Aucune (D) Un nombre $n > 2$
 (B) 1 (E) Une infinité
 (C) 2
27. Si une sphère et un cube ont même aire, alors
- (A) Il existe une translation qui amène la sphère dans le cube ;
 (B) Il existe une translation qui amène le cube dans la sphère ;
 (C) Il n'existe ni une translation qui amène la sphère dans le cube, ni une translation qui amène le cube dans la sphère ;
 (D) La sphère et le cube ont même volume ;
 (E) Le cube a un plus grand volume que la sphère.
28. Combien existe-t-il de triplets (a, b, c) d'entiers strictement positifs vérifiant $a^3 + b^3 = c^4$?
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) Une infinité
29. Les suites a_n et b_n sont définies par $a_0 = 1$, $b_0 = 0$, $a_{n+1} = a_n - b_n$ et $b_{n+1} = a_n + b_n$. Que vaut a_{1000} ?
- (A) 0 (B) 2^{500} (C) $\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 16^{125}$ (D) -16^{125} (E) 3^{1000}

1. *Sans réponse préformulée* — Un cercle de centre C et un cercle de centre D se coupent en deux points distincts M et P . Parmi les affirmations suivantes, combien sont toujours vraies ?

- CD est médiatrice de $[MP]$;
- MP est médiatrice de $[CD]$;
- $|CM| = |MD|$;
- $|CM| = |CP|$;
- $CM DP$ est un losange.

2. *Sans réponse préformulée* — Un pays est découpé en trois régions représentant respectivement 60 %, 30 % et 10 % de la population totale des électeurs du pays. Dans la première région, 25 % des électeurs ont voté pour le parti A, de même que 40 % des électeurs de la deuxième région. Si ce parti a recueilli au total 29 % des voix, quel est son score, en pour cent, dans la troisième région ?



3. *Sans réponse préformulée* — Dans un octaèdre régulier, combien y a-t-il de paires d'arêtes parallèles ?

4. *Sans réponse préformulée* — Un nombre palindrome est un nombre naturel qui conserve la même valeur lorsqu'il est lu de droite à gauche, comme par exemple 66 ou 2442. Combien existe-t-il de nombres palindromes dans l'intervalle $[17; 1000]$?



5. *Sans réponse préformulée* — Deux triangles équilatéraux sont l'un inscrit et l'autre circonscrit à un même cercle. Que vaut le rapport de l'aire du triangle circonscrit à celle du triangle inscrit ?



6. Que vaut l'aire d'un trapèze dont les côtés mesurent respectivement 4, 5, 6 et 11, comme l'indique le schéma ci-contre ?

- (A) 80 (B) 40 (C) $\frac{64\sqrt{2}}{3}$ (D) $19\sqrt{2}$ (E) $\frac{64\sqrt{2}}{9}$

7. Si $ABCD$ est un carré, l'application successive des symétries centrales par rapport aux points A , B , C et D équivaut à

- (A) La symétrie centrale par rapport au centre du carré ;
 (B) La translation de vecteur \overrightarrow{AC} ;
 (C) La translation de vecteur \overrightarrow{DA} ;
 (D) La translation de vecteur \overrightarrow{AD} ;
 (E) La transformation identique.

8. Soit $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$. Si, pour tout $x \in \mathbf{R}$, $f(x) = 2 + f(x - 4)$, alors
- (A) f est périodique de période 1;
 - (B) f est périodique de période 2;
 - (C) f est périodique de période 4;
 - (D) f est périodique de période 8;
 - (E) f n'est pas périodique.

9. *Sans réponse préformulée* — Le triangle ABC est rectangle en B et le point D , appartenant au segment $[BC]$, est tel que $\widehat{BAD} = \widehat{ACB}$. Si $2\widehat{BD} = \widehat{DC}$, que vaut, en degrés, l'amplitude de l'angle \widehat{ACB} ?

10. *Sans réponse préformulée* — Combien de droites faut-il au minimum pour que toutes les arêtes d'un cube donné soient rencontrées par au moins une de ces droites?

11. Que vaut la case du milieu ?

Cette case vaut $\frac{2^{14} - 6^4}{2}$	Cette case vaut le nombre de cases de valeur impaire	Cette case vaut la somme des valeurs des deux cases voisines	Cette case vaut le nombre de cases de valeur paire	Cette case vaut $\frac{5^{12} - 3^{10}}{2}$
--	--	--	--	---

- (A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) $\frac{2^{14} - 6^4}{2}$ (E) $\frac{2^{14} - 6^4 + 5^{12} - 3^{10}}{2}$

12. Quel est le nombre de solutions du système d'équations

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ x^4 + y^4 = 4, \end{cases}$$

d'inconnue $(x, y) \in \mathbf{R}^2$?

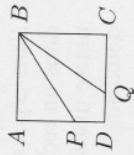
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4 (E) Une infinité

13. Lucrèce fait régulièrement profiter 7 de ses amis de ses talents culinaires. Puisqu'elle n'a qu'une table pour 4 personnes, elle ne peut en inviter que 3 à la fois. Combien de repas doit-elle organiser au minimum pour que chacun de ses 7 amis ait rencontré les 6 autres?

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 21 (E) 42

14. *Sans réponse préformulée* — Sur le globe terrestre, à quelle latitude (en degrés) le parallèle a-t-il pour longueur la moitié de la longueur de l'équateur?

15. Dans le carré $ABCD$, $3\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{DA}$ et $3\overrightarrow{DQ} = \overrightarrow{DC}$. Que vaut $\sin \widehat{PBQ}$?



- (A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{3}{15}$ (C) $\frac{5}{13}$ (D) $\frac{12}{13}$ (E) $\frac{14}{15}$

16. Parmi les fonctions

$f_k : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R} : x \mapsto \cos^k x + \sin^k x$, où $k \in \mathbf{N}$, combien sont constantes?

- (A) Aucune (D) Un nombre fini > 2
 (B) 1 (E) Une infinité
 (C) 2

17. *Sans réponse préformulée* — Trois ennemis vivent sur une planète sphérique dont l'équateur mesure 996 km. Ils ont choisi leurs lieux de résidence de manière que les distances qui les séparent soient aussi grandes que possible. Quelle est, en kilomètres, la plus petite de ces distances?

18. Quatre dés à six faces sont jetés en même temps. Lequel des résultats suivants est le plus probable?

- (A) Quatre 1 (D) Un 1, deux 2 et un 3
 (B) Trois 1 et un 2 (E) Un 1, un 2, un 3 et un 4
 (C) Deux 1 et deux 2

19. Le triangle ABC est rectangle en B , BD est perpendiculaire à AC , DE est perpendiculaire à BC et EF est perpendiculaire à BD . Si l'angle en A mesure 60° et si $|AB| = 5$, quelle est la longueur de $[EF]$?



- (A) $\frac{15}{8}$ (B) $\frac{15}{6}$ (C) $\frac{15}{4}$ (D) $\frac{5\sqrt{3}}{6}$ (E) $\frac{5\sqrt{3}}{4}$

20. Quel est le nombre de triplets (x, y, z) de naturels tels que $x \leq y \leq z$ et $x + y + z = 10$?

- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

21. Quel est le nombre de solutions de l'équation $\cos(\sin x) = 0$, d'inconnue réelle x ?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) Un nombre $n > 2$ (E) Une infinité

22. *Sans réponse préformulée* — Que vaut la somme des carrés des racines du polynôme $X^4 - 12X^3 + 47X^2 - 72X + 36$?