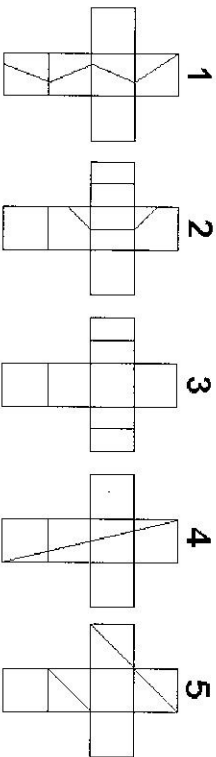


16. Un des développements suivants est celui d'un cube C sur lequel a été dessinée l'intersection de C avec un plan. Quel est le numéro de ce développement ?

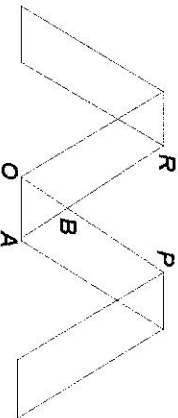


- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

17. Parmi les fonctions f, g, h, i, j définies par
 $f(x) = -\cos(x + \pi)$, $g(x) = \sin(\frac{\pi}{2} - x)$, $h(x) = \cos(x + \pi)$,
 $i(x) = \cos(-x)$, $j(x) = -\cos x$
 quelles sont celles qui sont égales ?

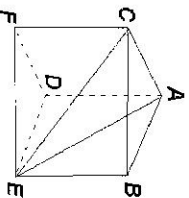
- (A) On a uniquement $f = g$ et $h = i = j$.
 (B) On a uniquement $f = g = h$.
 (C) On a uniquement $f = g$.
 (D) On a uniquement $h = j$.
 (E) On a uniquement $f = g = i$ et $h = j$.

18. Quatre parallélogrammes isométriques forment la lettre "M". Les droites OA et RP sont parallèles. Dans le repère (O, A, B) , les coordonnées de P sont $(0, 3)$. Quelles sont les coordonnées de R ?



- (A) $(-2, 3)$ (B) $(-3, -3)$ (C) $(-3, 3)$ (D) $(3, -3)$
 (E) $(3, -2)$

19. Le prisme droit ci-contre a pour base le triangle ABC rectangle en A . Quelle est la distance du point B au plan ACE , sachant que $|AB| = |AD| = 4$ et $|AC| = 3$?



- (A) 4 (B) 5 (C) $20\sqrt{41}$ (D) $2\sqrt{2}$
 (E) $\frac{\sqrt{41}}{2}$

1. Des mouchoirs bleus sont disponibles en quantité illimitée, de même que des jaunes, des rouges et des verts. Combien, au minimum, faut-il placer de ces mouchoirs dans un tiroir pour être certain que le tiroir contienne au moins trois mouchoirs ayant la même couleur ?

- (A) 8 (B) 9 (C) 12 (D) 13
 (E) Une telle valeur n'existe pas.

2. $(-1)^{1-2+3-4+5-\dots+2007} =$

- (A) -2007 (B) -1 (C) 1004 (D) 1 (E) 2007

3. Les nombres réels x et y sont tels que $x - y > x$ et $x + y < y$. On a certainement

- (A) $x < y < 0$ (D) $x > y > 0$
 (B) $x < 0$ et $y > 0$ (E) $x < 0$ et $y < 0$
 (C) $y < x < 0$

4. Pascal pense à trois nombres entiers. En additionnant ces nombres deux à deux, il obtient les sommes 38, 44 et 52. Le plus petit des trois nombres est

- (A) 13 (B) 15 (C) 21 (D) 23 (E) 29

5. Le nombre naturel n tel que $2007 = 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) + n$

- (A) vaut 1004 (D) vaut 64
 (B) vaut 87 (E) n'existe pas
 (C) vaut 63

6. Un coureur à pied fait un premier tour du stade à la vitesse de 15 km/h et le tour suivant à la vitesse de 10 km/h. Quelle est, en kilomètres par heure, sa vitesse moyenne sur le parcours total ?

- (A) 11,5 (B) 12 (C) 12,5 (D) 13 (E) 13,5

7. Sans réponse préformulée — La grande base d'un trapèze non aplati mesure 100, la petite base mesure 40, un des côtés obliques mesure 50 et le quatrième côté a pour mesure un nombre naturel. Combien existe-t-il de tels nombres ?

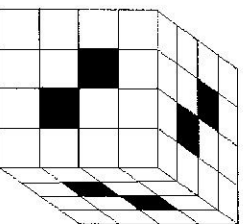
8. Il existe des alphas, des bétas et des gammas. On sait que certains alphas ne sont pas des bétas et qu'aucun béta n'est un gamma. On peut en conclure que

- (A) certains alphas sont des gammas ;
- (B) aucun alpha n'est un gamma ;
- (C) certains gammas sont des alphas ;
- (D) certains alphas ne sont pas des gammas ;
- (E) aucune des propositions précédentes n'est vraie.

9. L'une des fonctions $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ définies ci-dessous admet, en $x = -2$, un maximum égal à 4. Laquelle ?

- (A) $f : x \mapsto |x - 4| - 2$
- (B) $f : x \mapsto |x - 2| + 4$
- (C) $f : x \mapsto |x + 2| - 4$
- (D) $f : x \mapsto 4 - |x + 2|$
- (E) $f : x \mapsto 4 - |x - 2|$

10. *Sans réponse préformulée* — Ce solide est un grand cube formé de petits cubes et traversé par six tunnels. Chaque tunnel va d'une face du grand cube à la face opposée. Combien de petits cubes composent ce solide ?



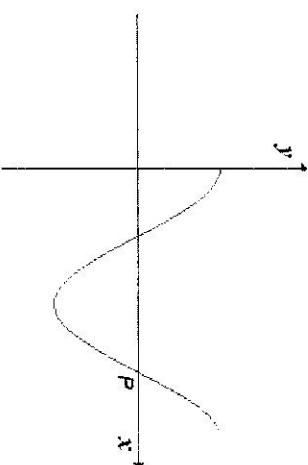
11. Un train d'un kilomètre de long doit rouler à la vitesse de 1 km/h pour traverser un tunnel long lui aussi d'un kilomètre. Combien de temps s'écoulera-t-il entre l'entrée de l'avant du train dans le tunnel et la sortie du dernier wagon ?

- (A) 30 min
- (B) 1 h
- (C) 1 h 30 min
- (D) 2 h
- (E) 3 h

12. Le nombre de couples d'entiers strictement positifs (x, y) solutions de l'équation $3x + 5y = 501$ est

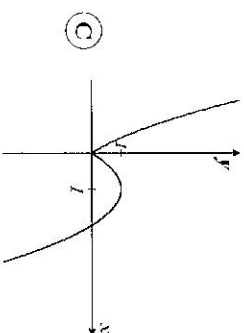
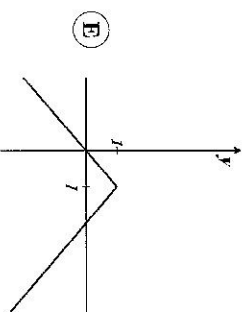
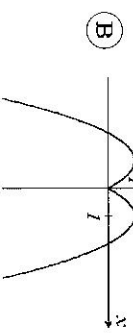
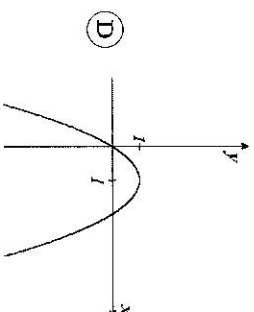
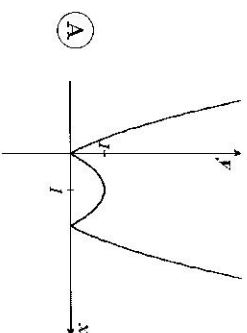
- (A) 31
- (B) 32
- (C) 33
- (D) 34
- (E) 35

13. Ce graphe est celui de la fonction f définie par $f(x) = \cos 2x$. Le point P a pour abscisse



- (A) $\frac{3\pi}{4}$
- (B) π
- (C) $\frac{\pi}{4}$
- (D) $\frac{3\pi}{2}$
- (E) 2π

14. Lequel des 5 graphes représentés ci-dessous est celui de la fonction définie par $x \mapsto 1 - |x - 1|^2$?



15. *Sans réponse préformulée* — Pour un nombre naturel non nul n , $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n$. Calculez la somme des diviseurs premiers de 201 ?

À REMPLIR PAR L'ÉLÈVE (en majuscules)

Nom :

Prénom :

Classe :

Adresse privée

Rue et n° :

Code postal et localité :

École

Norm (sans abréviations) :

Adresse

Rue et n° :

Code postal et localité :

CADRE RÉSERVÉ AU PROFESSEUR

Chaque réponse correcte a une valeur de 5 points et chaque abstention a une valeur de 2 points ; rien n'est déduit pour une réponse fausse. Le score total est calculé en prenant 5 fois le nombre de réponses correctes et en ajoutant 2 fois le nombre d'abstentions.

Réponses correctes :

<input type="text"/>	× 5 =	<input type="text"/>
----------------------	-------	----------------------

+

Abstentions :

<input type="text"/>	× 2 =	<input type="text"/>
----------------------	-------	----------------------

Score total :

<input type="text"/>

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8
- 9
- 10
- 11
- 12
- 13
- 14
- 15
- 16
- 17
- 18
- 19
- 20
- 21
- 22
- 23
- 24
- 25
- 26
- 27
- 28
- 29
- 30

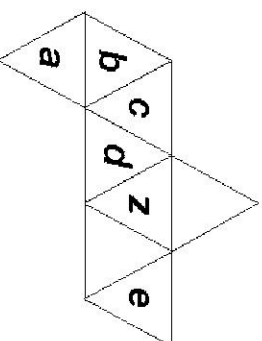
20. La pyramide de Dholops repose sur une base carrée. Toutes ses arêtes mesurent 20 m. Pour se rendre d'un sommet de la base au sommet opposé, un scarabée se déplace sur les faces triangulaires et parcourt le chemin le plus court. Quelle est, en mètres, la longueur de ce chemin ?

- (A) $10\sqrt{2}$ (B) $20\sqrt{2}$ (C) $10\sqrt{3}$ (D) $20\sqrt{3}$ (E) 40

21. L'erreur sur la mesure du côté d'un carré est au plus de 10% ; dans ce cas, l'erreur sur l'aire du carré est au plus de

- (A) 5% (B) 10% (C) 19% (D) 20% (E) 21%

22. Voici le développement d'un octaèdre.



Quelle est la face opposée à la face z ?

- (A) a (B) b (C) c (D) d (E) e

23. Dans \mathbf{R}^2 , l'équation $(x - y)^2 + (y - x) = 0$ est celle

- (A) d'un cercle ;
 (B) d'une parabole ;
 (C) de la réunion de deux droites sécantes non perpendiculaires ;
 (D) de la réunion de deux droites perpendiculaires ;
 (E) de la réunion de deux droites parallèles.

24. Pour $x \neq 1$, la fonction f est définie par $y - f(x) = \frac{x}{x-1}$. Dans ce cas,

- (A) $f(y)$ (B) $-f(y)$ (C) $f\left(\frac{1}{y}\right)$ (D) $f(-y)$ (E) $-f(-y)$

25. Quelle est, parmi les suivantes, la fonction dont le graphe admet l'axe Ox pour asymptote ?

- (A) $x \mapsto x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ (D) $x \mapsto \frac{\sin x}{x}$
 (B) $x \mapsto \frac{1}{\sin x}$ (E) $x \mapsto \frac{1}{\sin \frac{1}{x}}$
 (C) $x \mapsto \frac{x}{\sin x}$

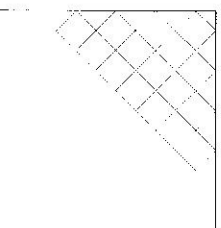
26. $\sqrt{9 - 2\sqrt{14}} =$

- (A) $3 - \sqrt{2}\sqrt{14}$ (D) $\sqrt{7} - \sqrt{2}$
 (B) $\sqrt{7} + \sqrt{2}$ (E) $\sqrt{2} - \sqrt{7}$
 (C) $\sqrt{7} - 2\sqrt{2}$

27. Sachant que x est un réel tel que $0 < x < \frac{\pi}{2}$ et que $\operatorname{tg} x = a$, que vaut $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$?

- (A) $\frac{\sqrt{1+a^2}}{-1}$ (D) $\frac{-\sqrt{1+a^2}}{a}$
 (B) $\frac{\sqrt{1+a^2}}{-a}$ (E) $\frac{1}{\sqrt{1+a^2}}$
 (C) $\frac{1}{\sqrt{1+a^2}}$

28. Sans réponse préformulée — Dans une pièce carrée de 5 m de côté, est posé un carrelage formé de dalles carrées de 50 cm de côté. La première dalle est posée dans le coin supérieur gauche et les diagonales des dalles sont parallèles aux côtés de la pièce comme indiqué sur la figure. Combien de dalles entières sont-elles posées ?



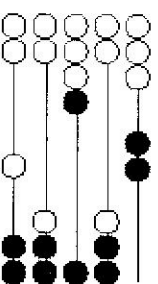
29. Si $x = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}$, alors

- (A) $x^2 - x - 1 = 0$ (D) $x^2 + x + 1 = 0$
 (B) $x^2 + x - 1 = 0$ (E) $x^2 - 1 = 0$
 (C) $x^2 - x + 1 = 0$

30. Les trois solutions de l'équation $64x^3 - 144x^2 + 92x - 15 = 0$ forment une progression arithmétique. Que vaut la différence entre la plus grande et la plus petite des trois solutions ?

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) 1 (D) 2 (E) $\frac{5}{4}$

OMB
OLYMPIADE
MATHÉMATIQUE BELGE



Trente-deuxième Olympiade Mathématique Belge

organisée par la

Société Belge des Professeurs de Mathématique
d'expression française

Maxi éliminatoire 2007

INSTRUCTIONS

- N'ouvrez pas ce livret avant le signal de votre professeur.
- Vous indiquerez vos réponses au verso de cette page.
- Ce questionnaire contient 30 questions ; répondez à 5 questions au moins.
- Vingt-six questions sont à choix multiple. Chacune est suivie de réponses désignées par (A), (B), (C), (D) et (E). Chaque question possède une seule réponse correcte. Décidez quelle est la réponse correcte parmi les cinq proposées et reprenez la lettre majuscule correspondante. Sur la feuille réponse, écrivez cette lettre dans le cercle situé à droite du numéro de la question.
 EXEMPLE : si vous estimez que la réponse correcte à la question numéro 17 est celle précédée de la lettre (D), vous écrivez D sur la feuille réponse, à droite du numéro 17, dans le cercle.
- Quatre questions sont sans réponses préformulées. Dans ce cas, la réponse correcte est un nombre entier dans [0 ; 999]. C'est ce nombre que vous écrivez dans la case rectangulaire de la feuille réponse.
- RÈGLES DE COTATION : Vous recevrez 5 points par réponse correcte, 2 points par abstention et 0 point par réponse fautive. Avec ce système, deviner fera en moyenne diminuer votre score. Vous n'avez intérêt à deviner que si vous avez au moins une chance sur deux de bien choisir.
- Reportez les réponses au fur et à mesure que vous les obtenez. Écrivez au crayon (si vous changez d'avis, gomez la réponse). Du papier de brouillon, du papier millimétré, une règle, un compas, une gomme peuvent être utilisés. Les calculatrices et règles à calcul ne sont pas autorisées, de même que les livres et les notes personnelles.
- Au signal de votre professeur, détachez la feuille de couverture sans déchirer le questionnaire, retournez-la, couvrez-en les questions, puis inscrivez les informations demandées.
- Quand votre professeur vous l'indiquera, commencez le travail sur les problèmes. Vous disposez de 90 minutes.

Mercredi 17 janvier 2007