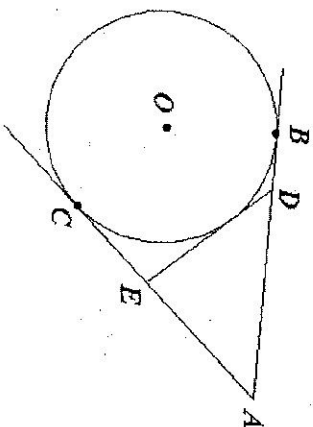


19. Les droites  $AB$ ,  $AC$  et  $DE$  sont tangentes au cercle de centre  $O$ , les points  $D$  et  $E$  appartiennent respectivement aux segments  $[AB]$  et  $[AC]$ ,  $|AB| = l$  et  $|OB| = |OC| = r$ . Que vaut le périmètre du triangle  $ADE$ ?

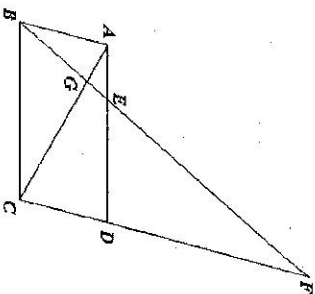


- (A)  $2l$       (B)  $2r + l$       (C)  $2l - r$       (D)  $3r$   
 (E) Le périmètre dépend de la position de  $D$  sur  $[AB]$ .

20. Pour réussir cet examen, il faut obtenir une note d'au moins 50 sur 100. La moyenne de ceux qui ont réussi est de 65 sur 100, la moyenne de ceux qui ont échoué est de 35 sur 100 et la moyenne de tous les participants est de 53 sur 100. Quel est le pourcentage d'élèves qui ont réussi ?

- (A) 66,6 %      (B) 60 %      (C) 48 %      (D) 45 %      (E) 20 %

21. Dans le parallélogramme  $ABCD$ , une droite issue de  $B$  coupe  $AC$  en  $G$ ,  $AD$  en  $E$  et  $CD$  en  $F$ . Que vaut  $|EF|$  sachant que  $|BG| = 4$  et  $|GE| = 1$  ?



- (A)  $7\sqrt{3}$       (B)  $\sqrt{214}$       (C) 11      (D) 15  
 (E) Les données sont insuffisantes.

22.  $(2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 2008^2) - (1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 2007^2) =$

- (A) 2017036      (B) 1015^2      (C)  $\frac{1}{5} \cdot 4015^2$       (D)  $2 \cdot 10^6$   
 (E) Aucune des valeurs précédentes.

Maxi en 2008

1. Pour tous réels non nuls  $a$ ,  $b$ , l'opération  $\star$  est définie par  $a \star b = -\frac{a}{b} + b$ . Que vaut  $(10 \star 5) \star 3$  ?

- (A) 0      (B) 2      (C)  $-\frac{5}{2}$       (D)  $\frac{16}{3}$       (E)  $-\frac{37}{6}$

2. Huit ouvriers agricoles labourent un champ de 8 ha en huit jours. Dans les mêmes conditions, combien d'ouvriers sont nécessaires pour labourer un champ de 12 ha en six jours ?

- (A) 4      (B) 9      (C) 16      (D) 18      (E) 32

3. Depuis que Jean et Marie travaillent dans le même bureau, ils n'ont jamais été absents le même jour. Ainsi, jusqu'à aujourd'hui, il est vrai que

- (A) Si Jean est présent, alors Marie est absente ;  
 (B) Si Jean est présent, alors Marie n'est pas absente ;  
 (C) Si Jean n'est pas présent, alors Marie est absente ;  
 (D) Si Jean est absent, alors Marie ne l'est pas ;  
 (E) Si Marie est présente, alors Jean ne l'est pas.

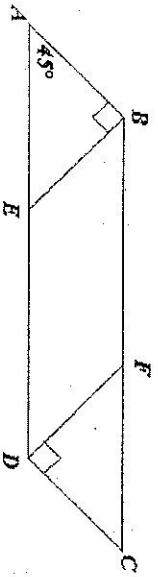
4. Les trois nombres naturels  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont consécutifs et tels que  $a < b < c$ . Leur produit

- (A) Est toujours strictement inférieur à  $b^3$  ;  
 (B) Est toujours égal à  $b^3$  ;  
 (C) Est toujours strictement supérieur à  $b^3$  ;  
 (D) Est toujours égal à  $3a + 3$  ;  
 (E) Aucune des propositions précédentes n'est valable.

5. Une diagonale d'un polygone est une droite joignant deux sommets non consécutifs. Quel polygone convexe possède exactement 20 diagonales ?

- (A) Le carré ;      (D) L'octogone ;  
 (B) Le pentagone ;      (E) Le dodécagone.  
 (C) L'hexagone ;

6. Dans le parallélogramme  $ABCD$  représenté ci-dessous,  $|AB| = \sqrt{2}$ ,  $|AD| = 10$ , l'amplitude de l'angle  $\hat{A}$  vaut  $45^\circ$  et les droites  $BE$  et  $DF$  sont perpendiculaires à  $AB$ . Quelle est la distance entre les droites  $BE$  et  $DF$ ?



- (A)  $\sqrt{2}$  (B) 5,6 (C)  $4\sqrt{2}$  (D)  $10 - 2\sqrt{2}$  (E) 8

7. Quel est le reste par défaut de la division de  $2^{13} \cdot 7^{11} - 3$  par 14?

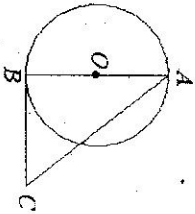
- (A) 1 (B) 3 (C) 7 (D) 9 (E) 11

8. Dans la somme  $1 + 5 + 9 + 13 + 17 + \dots + n$ , chaque terme vaut le précédent augmenté de 4. Quel est le nombre total de termes sachant que cette somme vaut 1540?

- (A) 23 (B) 28 (C) 32 (D) 55 (E) 56

9. Le segment  $[AB]$  est un diamètre du cercle de centre  $O$  et la droite  $BC$  est tangente au cercle en  $B$ . Que vaut l'aire du cercle sachant que  $|AC| = 12$  et  $|BC| = 8$ ?

- (A)  $12\pi$  (B)  $8\sqrt{3}\pi$  (C)  $16\pi$  (D)  $20\pi$  (E)  $80\pi$



10. Sans réponse préformulée — Quel est le plus petit nombre naturel possédant exactement 10 diviseurs naturels?

- (A) 35 (B) 40 (C) 45 (D) 50 (E) 55

11. Dans une assemblée, 60 % sont des femmes. Une femme sur trois est sportive et un homme sur deux est sportif. Parmi les sportifs de cette assemblée, quelle est, exprimée en %, la proportion de femmes?

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) Une infinité.

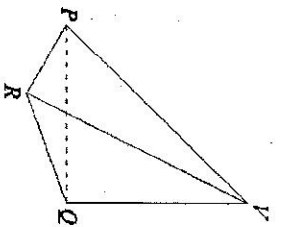
12. Pour combien de valeurs entières de  $n$  la fraction  $\frac{n+3}{n+1}$  est-elle entière?

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) Une infinité.

13. Si  $f$  est une fonction de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  telle que  $f(x) = 1 - f(x-1)$ , alors

- $f(x+1) =$   
 (A)  $2 - f(x-1)$ ; (B)  $f(x-1)$ ; (C)  $f(x)+1$ ;  
 (D)  $f(x-1)+2$ ; (E)  $f(x)-1$ .

14. Dans le tétraèdre  $VPQR$ , la droite  $VQ$  est perpendiculaire au plan  $PQR$ ,  $\hat{PQR} = 60^\circ$ ,  $|VP| = |VR| = 10$  et  $|VQ| = 8$ . Que vaut la longueur de  $|PR|$ ?



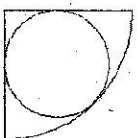
- (A) 6 (B)  $6\sqrt{2}$  (C) 9 (D) 10 (E)  $8\sqrt{3}$

15. Si  $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{5}{4}$ , que vaut  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ ?

- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (B)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  (C)  $\frac{5}{16}$  (D)  $\frac{9}{32}$  (E)  $\frac{2\sqrt{2}}{5}$

16. Sans réponse préformulée — Quel est le nombre de solutions réelles distinctes de l'équation  $(x^2 - 1)^{2008} \cdot (x^2 - 3x + 2) \cdot (x^2 - 4x + 4)^4 = 0$ ?

17. Dans un quart de cercle de rayon 1, on inscrit un cercle comme indiqué par la figure. Que vaut le rayon du cercle inscrit?



- (A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$  (C)  $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$  (D)  $\frac{2-\sqrt{2}}{4}$  (E)  $\frac{2+\sqrt{2}}{6}$

18. Dans cette école internationale, un quart des élèves ne parle pas l'anglais, un tiers ne parle pas l'espagnol et un douzième ne parle aucune de ces deux langues. Combien y a-t-il d'élèves dans l'école si 300 élèves parlent l'anglais et l'espagnol?

- (A) 400 (B) 480 (C) 600 (D) 650 (E) 720

**À REMPLIR PAR L'ÉLÈVE (en majuscules)**

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Classe : \_\_\_\_\_

Adresse privée  
Rue et n° : \_\_\_\_\_

Code postal et localité : \_\_\_\_\_

École  
Nom (sans abréviations) : \_\_\_\_\_

Adresse  
Rue et n° : \_\_\_\_\_

Code postal et localité : \_\_\_\_\_

**CADRE RÉSERVÉ AU PROFESSEUR**

Chaque réponse correcte a une valeur de 5 points et chaque abstention a une valeur de 2 points ; rien n'est déduit pour une réponse fautive. Le score total est calculé en prenant 5 fois le nombre de réponses correctes et en ajoutant 2 fois le nombre d'abstentions.

Réponses correctes :  × 5 =

Abstentions :  × 2 =

Score total :

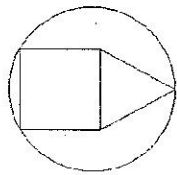
- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8
- 9
- 10
- 11
- 12
- 13
- 14
- 15
- 16
- 17
- 18
- 19
- 20
- 21
- 22
- 23
- 24
- 25
- 26
- 27
- 28
- 29
- 30

23. Sans réponse préformulée — Trois nombres naturels sont tels qu'en les considérant deux à deux, leurs plus petits communs multiples valent 126, 140 et 180. Que vaut le plus grand des trois nombres ?

24. Parmi les relations suivantes, une seule est correcte pour tous  $x, y$  réels. Laquelle ?

- (A)  $\sqrt{x^2} = x$  (D)  $(x + y)^{2008} = x^{2008} + y^{2008}$
- (B)  $|x + y| = |x| + |y|$  (E)  $\sqrt{x^2 + y^2} = |x| + |y|$
- (C)  $|x + y| \leq |x| + |y|$

25. Un carré est surmonté par un triangle équilatéral. Ils ont un côté commun de longueur 10 et sont inscrits dans un cercle de sorte que le carré a deux de ses sommets sur le cercle et que le triangle a un seul de ses sommets sur le cercle. Que vaut le rayon du cercle ?



- (A) 10 (B) 9 (C)  $3\sqrt{3}$  (D)  $4\sqrt{3}$  (E)  $5\sqrt{3}$

26.  $\left(\frac{\sqrt{11} - \sqrt{2}}{3}\right)^{2008} \cdot \left(\frac{\sqrt{11} + \sqrt{2}}{3}\right)^{2008} =$

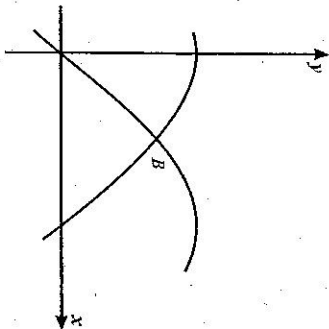
- (A) 1 (B)  $3^{2008}$  (C)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{2008}$  (D) 2008
- (E) Aucune des réponses précédentes.

27. Sans réponse préformulée — Un tiroir contient des chaussettes blanches, bleues et noires. Il y a le même nombre de chaussettes de chaque couleur et en tirant du tiroir deux chaussettes au hasard, il y a une chance sur quatre qu'elles soient de même couleur. Combien y a-t-il de chaussettes dans le tiroir ?

28. Combien de couples d'entiers  $(x, y)$  vérifient l'équation  $\sqrt{x} - \sqrt{y} = \sqrt{3}$  ?

- (A) 0 (B) 1 (C) 3 (D) 9 (E) Une infinité

29. Le graphique ci-dessous représente les fonctions définies par  $y = \sin x$  et  $y = \cos x$ .



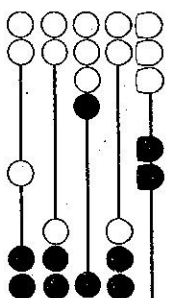
L'abscisse du point  $B$  vérifie l'équation

- A  $\sin x + \cos x = 0$        D  $\sin x + \cos x = \frac{\pi}{2}$   
 B  $\sin x + \cos x = \frac{\pi}{4}$        E  $\tan x = 1$   
 C  $\sin x \cdot \cos x = 1$

30. Pour combien d'entiers  $n$  l'expression  $n^4 + 4n^3 - 3n^2 + 4n + 1$  est-elle un nombre premier ?

- A 0       B 1       C 2       D 4       E Une infinité

**OMB**  
OLYMPIADE  
MATHÉMATIQUEE BELGE



Trente-troisième Olympiade Mathématique Belge

organisée par la

*Société Belge des Professeurs de Mathématique*  
*d'expression française*

Maxi éliminatoire 2008

INSTRUCTIONS

- N'ouvrez pas ce livret avant le signal de votre professeur.
- Vous indiquerez vos réponses au verso de cette page.
- Ce questionnaire contient 30 questions ; répondez à 5 questions au moins.
- Vingt-six questions sont à choix multiple. Chaque est suivie de réponses désignées par **A**, **B**, **C**, **D** et **E**. Chaque question possède une seule réponse correcte. Décidez quelle est la réponse correcte parmi les cinq proposées et reprenez la lettre majuscule correspondante. Sur la feuille réponse, écrivez cette lettre dans le cercle situé à droite du numéro de la question.  
EXEMPLE : si vous estimez que la réponse correcte à la question numéro 17 est celle précédée de la lettre **D**, vous écrivez **D** sur la feuille réponse, à droite du numéro 17, dans le cercle.
- Quatre questions sont sans réponses préformulées. Dans ce cas, la réponse correcte est un nombre entier dans [0 ; 999]. C'est ce nombre que vous écrivez dans la case rectangulaire de la feuille réponse.
- RÈGLES DE NOTATION : Vous recevez 5 points par réponse correcte, 2 points par abstention et 0 point par réponse fautive. Avec ce système, deviner fera en moyenne diminuer votre score. Vous n'avez intérêt à deviner que si vous avez au moins une chance sur deux de bien choisir.
- Reportez les réponses au fur et à mesure que vous les obtenez. Écrivez au crayon (si vous changez d'avis, gomez la réponse). Du papier de brouillon, du papier millimétré, une règle, un compas, une gomme peuvent être utilisés. Les calculatrices et règles à calcul ne sont pas autorisées, de même que les livres et les notes personnelles.
- Au signal de votre professeur, détachez la feuille de couverture sans déchirer le questionnaire, retournez-la, couvrez-en les questions, puis inscrivez les informations demandées.
- Quand votre professeur vous l'indiquera, commencez le travail sur les problèmes. Vous disposez de 90 minutes.