20. Les organisateurs d'un tournoi de tennis récompensent d'une somme d'argent chaque vainqueur de match à partir des huitièmes de finale. Le montant remporté est doublé à chaque tour (par exemple, chaque gagnant d'un quart de finale reçoit deux fois plus, pour cette victoire-là, que ce qu'il avait déjà gagné pour son huitième de finale). Si le montant alloué au tournoi est de 8000 €, quel est le gain total du vainqueur du tournoi ?

(A) 1000 € (B) 2000 € (C) 3200 € (D) 3750 € (E) 4000 €

21. Si $f(x) = x + 2$ et que $(g \circ f)(x) = x^2 - 4$, que vaut $g(2)$?

(A) -4 (B) -3 (C) -2 (D) 0 (E) 1

22. À l'arrivée d'une course, Alain est passé avant Bernard, Catherine avant Dorothée et Éric avant Fanny. S'il n'y a pas d'ex æquo, combien d'ordres d'arrivée de ces concurrents sont compatibles avec ces informations ?

(A) 6 (B) 8 (C) 90 (D) 120 (E) 720

23. *Sans réponse préformulée* — Quel est le plus grand naturel inférieur à 100 qui a exactement 4 diviseurs ?

24. Dans une classe de 26 élèves, si l'un est ami de l'autre, alors l'autre est ami de l'un (et aucun élève n'est son propre ami). Dans ce cas,

(A) Le nombre d'élèves ayant un nombre impair d'amis est nécessairement pair ;

(B) Le nombre d'élèves ayant un nombre impair d'amis est nécessairement impair ;

(C) Le nombre d'élèves ayant un nombre pair d'amis est nécessairement impair ;

(D) Aucun élève ne peut avoir un nombre impair d'amis.

(E) Aucune des propositions précédentes n'est nécessairement vraie.

25. Quel est le nombre de couples (m, n) d'entiers positifs satisfaisant $2^m - n^2 - 2n = 0$?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4 (E) Une infinité

26. Que vaut la somme des chiffres de tous les nombres de la liste 1, 2, 3, 4, 5, …, 2011 ?

(A) 13 500 (B) 14 500 (C) 28 072 (D) 29 712 (E) 2 023 066

1. $\dfrac{100^{n+1} \times 10^{n-1}}{1000^n} =$

(A) 1 (B) 10 (C) n (D) 1000 (E) 1000^n

2. Une seule des affirmations suivantes est correcte. Laquelle ?

(A) L'inverse d'un produit vaut la somme des inverses.

(B) L'opposé d'un produit vaut le produit des opposés.

(C) Le carré d'une somme vaut la somme des carrés.

(D) L'inverse d'une somme vaut la somme des inverses.

(E) L'opposé d'une somme vaut la somme des opposés.

3. D'une semaine à l'autre, les nénufars d'un lac triplent la surface qu'ils recouvrent. À la fin de la 18e semaine, ils couvrent exactement tout le lac. À la fin de quelle semaine couvrent-ils un neuvième du lac ?

(A) La 2e (B) La 6e (C) La 9e (D) La 16e (E) La 17e

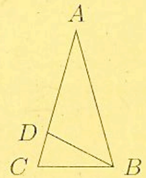
4. Un carré 3×3 est subdivisé en 9 petits carrés. Chacun de ceux-ci doit être colorié soit en bleu, soit en rouge ; de plus, les petits carrés situés sur les diagonales du grand carré doivent être coloriés d'une seule couleur. Combien de coloriages sont possibles ?

(A) 32 (B) 64 (C) 128 (D) 256 (E) 512

5. $\sqrt{9^{16a^4}} =$

(A) 3^{4a^2} (B) 3^{8a^2} (C) 9^{4a^2} (D) 9^{8a^2} (E) 9^{8a^4}

6. Le triangle ABC est isocèle avec $|AB| = 2|BC|$. Le point D de $[AC]$ est tel que $\widehat{CBD} = \widehat{CAB}$. Quel est le rapport des aires des triangles ABC et DBC ?



(A) 2 (B) 3 (C) $\frac{15}{4}$ (D) 4 (E) $\frac{9}{2}$

7. Si Σ et Π sont respectivement la somme et le produit des racines de $-2X^2 + 3X + 7$, alors $\Sigma/\Pi =$

(A) $3/7$ (B) $-3/7$ (C) $7/3$ (D) $-7/3$ (E) Une autre réponse

8. Un sac contient trente petits cartons indiscernables au toucher : 10 noirs, 10 jaunes et 10 rouges. Des cartons sont extraits du sac, un à un, sans être replacés dans le sac. Ils ne sont pas non plus examinés. Combien faut-il en sortir pour être certain d'en avoir au moins un de chaque couleur ?

(A) 3 (B) 11 (C) 12 (D) 21 (E) 30

9. Quel est le chiffre des unités de $1! + 2! + 3! + 4! + \cdots + 2010! + 2011!$, si $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$?

(A) 0 (B) 3 (C) 7 (D) 8 (E) 9

10. Quel est le nombre de solutions du système $\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 1 \\ 4x^2 + y^2 = 4, \end{cases}$ d'inconnue $(x, y) \in \mathbf{R}^2$?

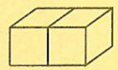
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

11. Si f est une fonction impaire, laquelle des fonctions suivantes est également impaire ?

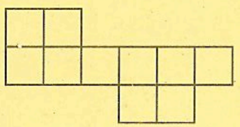
(A) $x \mapsto 1 - f(x)$ (B) $x \mapsto f(x) + 1$ (C) $x \mapsto -2f(x)$ (D) $x \mapsto (f(x))^2$

(E) Aucune des précédentes

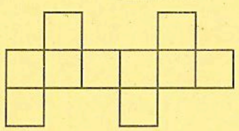
12. Avec lequel des développements ci-après sera-t-il impossible de reconstituer le solide ci-contre, formé de deux cubes adjacents ?



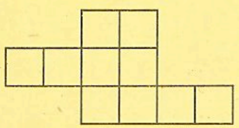
(A)



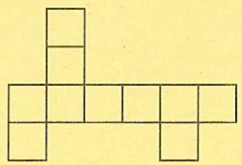
(B)



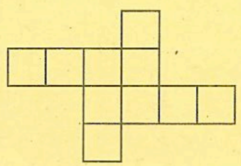
(C)



(D)



(E)



13. Si S_n désigne la somme des n premiers termes de la suite arithmétique $(1, 4, 7, 10, 13, \ldots)$, alors $S_{2n} - S_n =$

(A) $\frac{1}{2}n(5n+7)$

(B) $\frac{1}{2}n(7n+3)$

(C) $\frac{1}{2}n(9n-1)$

(D) $\frac{1}{2}n(3n-1)$

(E) $\frac{1}{2}n(n+1)$

14. Lorsque $ac < 0$, le graphe de la fonction $x \mapsto ax^2 + bx + c$

(A) Ne coupe pas l'axe Ox ;

(B) Coupe l'axe Ox en un point exactement ;

(C) Coupe l'axe Ox en deux points exactement ;

(D) Coupe l'axe Ox en une infinité de points ;

(E) Coupe l'axe Ox en un nombre de points qui dépend de b.

15. Quel est l'ensemble des solutions de l'équation

$$\frac{1}{\sqrt{x^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^3}},$$

d'inconnue réelle x ?

(A) $\{0, 1\}$ (B) $[0; +\infty[$ (C) $]0; +\infty[$ (D) $\mathbf{R} \setminus \{0\}$ (E) $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

16. Si $(t_1, t_2, t_3, \ldots)$ est une suite géométrique de raison q, que vaut

$$t_1 + t_3 + t_5 + \cdots + t_{2n-1}\ ?$$

(A) $t_1 \dfrac{1-q^n}{1-q}$

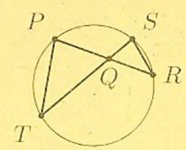
(B) $t_1 \dfrac{1-q^{2n}}{1-q}$

(C) $t_1 \dfrac{1-q^{2n+1}}{1-q}$

(D) $t_1 \dfrac{1-q^{2n+1}}{1-q^2}$

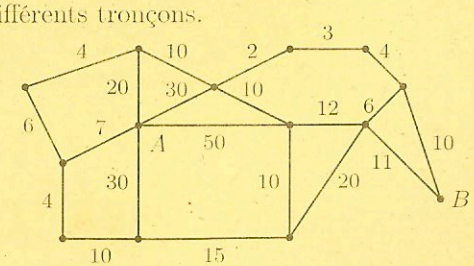
(E) $t_1 \dfrac{1-q^{2n}}{1-q^2}$

17. Dans cette figure, $\dfrac{|PQ|}{|PT|} =$



(A) $\dfrac{|SQ|}{|SR|}$ (B) $\dfrac{|SQ|}{|QR|}$ (C) $\dfrac{|SR|}{|QS|}$ (D) $\dfrac{|QR|}{|SR|}$ (E) $\dfrac{|QT|}{|QR|}$

18. *Sans réponse préformulée* — Voici une carte d'un réseau autoroutier, avec les couts des différents tronçons.



Quel est le cout du trajet le moins onéreux de A à B ?

19. *Sans réponse préformulée* — La différence des carrés de deux naturels est 29. Quel est le produit de ces deux naturels ?

À REMPLIR PAR L'ÉLÈVE (en majuscules)
Nom :
Prénom :
Classe :
Adresse privée Rue et n° : Code postal et localité :
École Nom (sans abréviations) : Adresse Rue et n° : Code postal et localité :

1	◯	
2	◯	
3	◯	
4	◯	
5	◯	
6	◯	
7	◯	
8	◯	
9	◯	
10	◯	
11	◯	
12	◯	
13	◯	
14	◯	
15	◯	
16	◯	
17	◯	
18	☐	
19	☐	
20	◯	
21	◯	
22	◯	
23	☐	
24	◯	
25	◯	
26	◯	
27	◯	
28	◯	
29	☐	
30	◯	

CADRE RÉSERVÉ AU PROFESSEUR

Chaque réponse correcte a une valeur de 5 points et chaque abstention a une valeur de 2 points ; rien n'est déduit pour une réponse fausse. Le score total est calculé en prenant 5 fois le nombre de réponses correctes et en ajoutant 2 fois le nombre d'abstentions.

Réponses correctes : ☐ × 5 = ☐

\+

Abstentions : ☐ × 2 = ☐

Score total : ☐

27. Quelle est l'affirmation correcte ?

(A) $2^{1/2} < 3^{1/3} < 4^{1/4} < 5^{1/5}$
(B) $2^{1/2} > 3^{1/3} > 4^{1/4} > 5^{1/5}$
(C) $2^{1/2} = 3^{1/3} = 4^{1/4} < 5^{1/5}$
(D) $5^{1/5} < 2^{1/2} \leqslant 4^{1/4} < 3^{1/3}$
(E) $5^{1/5} = 2^{1/2} = 4^{1/4} < 3^{1/3}$

28. Dans le plan muni d'un système d'axes Oxy, quel est le nombre de points communs aux figures décrites par les équations

$$(x - y + 2)(3x + y - 4) = 0 \text{ et } (x + y - 2)(2x - 5y + 7) = 0\,?$$

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

29. *Sans réponse préformulée* — Des fléchettes sont lancées vers une cible qui ne présente que deux zones, la zone centrale qui rapporte 7 points et la zone périphérique qui rapporte 4 points. Si le nombre de fléchettes disponibles n'est pas limité, quel est le plus grand score qui *ne* peut *pas* être atteint ?

30. Soit l'équation $(2x^2 - x - 1)(2x^2 - x + 1) = 440$, d'inconnue réelle x ; que vaut la somme de ses racines ?

(A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) 2 (E) 440