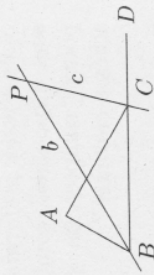


24. *Sans réponse préformulée* — Ci-contre,  $b$  est la bissectrice de l'angle  $\widehat{ABC}$  et  $c$  est la bissectrice de l'angle  $\widehat{ACD}$ . Ces deux droites se coupent en  $P$ . Si  $\widehat{BPC} = 40^\circ$ , quelle est, en degrés, la mesure de l'angle  $\widehat{BAC}$ ?



25. Michel Choumarchère teste une voiture sur deux tours de circuit. Il effectue le premier tour à une moyenne de 150 kilomètres par heure et le deuxième à une moyenne de 300 kilomètres par heure. Quelle a été, en kilomètres par heure, sa vitesse moyenne?

- (A) 150 (B) 200 (C) 225 (D) 300 (E) Une autre réponse

26. *Sans réponse préformulée* — Le triangle  $ABC$  est rectangle en  $B$  et le point  $D$ , appartenant au segment  $[BC]$ , est tel que  $\widehat{BAD} = \widehat{ACB}$ . Si  $2\overline{BD} = \overline{DC}$ , que vaut, en degrés, l'amplitude de l'angle  $\widehat{ACB}$ ?

27. *Sans réponse préformulée* — Combien de droites faut-il au minimum pour que toutes les arêtes d'un cube donné soient rencontrées par au moins une de ces droites?

28. Que vaut la case du milieu?

Cette case vaut $\frac{2^{14} - 6^4}{2}$	Cette case vaut le nombre de cases de valeur impaire	Cette case vaut la somme des valeurs des deux cases voisines	Cette case vaut le nombre de cases de valeur paire	Cette case vaut $\frac{5^{12} - 3^{10}}{2}$
(A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) $\frac{2^{14} - 6^4}{2}$ (E) $\frac{2^{14} - 6^4 + 5^{12} - 3^{10}}{2}$				

29. Quel est le nombre de solutions du système d'équations

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ x^4 + y^4 = 4, \end{cases}$$

d'inconnue  $(x, y) \in \mathbf{R}^2$ ?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4 (E) Une infinité

1. La phrase « Les gentils chats sont vieux et gros. » a pour négation :

- (A) « Il existe un gentil chat, jeune et maigre. »  
 (B) « Il existe un gentil chat ni jeune ni maigre. »  
 (C) « Il existe un gentil chat jeune ou maigre. »  
 (D) « Les vieux chats gros sont gentils. »  
 (E) Aucune des phrases précédentes

2. *Sans réponse préformulée* — Un cercle de centre  $C$  et un cercle de centre  $D$  se coupent en deux points distincts  $M$  et  $P$ . Parmi les affirmations suivantes, combien sont toujours vraies?

- $CD$  est médiatrice de  $[MP]$ ;
- $MP$  est médiatrice de  $[CD]$ ;
- $|CM| = |MD|$ ;
- $|CM| = |CP|$ ;
- $CMDP$  est un losange.

3. *Sans réponse préformulée* — Pour un certain naturel  $a$ , le développement de  $(x+a)^3$  donne au coefficient de  $x$  la valeur 243. Quel est ce naturel  $a$ ?

4. Le nombre  $A$  est défini par  $A = \sqrt{12 - \sqrt{12 - \sqrt{6 + \sqrt{7 + \sqrt{4}}}}}$ .

- (A)  $A = 0$  (B)  $A = 2$  (C)  $A = 3$  (D)  $A = \sqrt{12}$  (E)  $A = 12$

5. Pascal a remarqué que lorsqu'il roule à 100 km/h au lieu de 80 km/h, la consommation kilométrique de sa voiture est augmentée de 40 %. Quelle est l'augmentation de sa consommation horaire?

- (A) 15 % (B) 40 % (C) 65 % (D) 75 %  
 (E) Les données sont insuffisantes pour le déterminer.

6. *Sans réponse préformulée* — Un pays est découpé en trois régions représentant respectivement 60 %, 30 % et 10 % de la population totale des électeurs du pays. Dans la première région, 25 % des électeurs ont voté pour le parti A, de même que 40 % des électeurs de la deuxième région. Si ce parti a recueilli au total 29 % des voix, quel est son score, en pour cent, dans la troisième région?

7. Si  $d = \sqrt{\frac{k-1}{k+1}}$ , alors  $k =$

- (A)  $\frac{1+d^2}{1-d^2}$  (B)  $\frac{1-d^2}{1+d^2}$  (C)  $\frac{1-d}{1+d}$  (D)  $\frac{(1+d)^2}{(1-d)^2}$  (E)  $\frac{d^2+1}{d^2-1}$

8. De l'eau coule à débit constant dans un vase conique sans pied, posé sur sa pointe, dont la hauteur vaut 20 cm et le rayon de l'ouverture 10 cm. Si l'eau a mis 3 min pour atteindre la moitié de la hauteur, combien de temps lui faudra-t-il encore pour atteindre le bord ?

(A) 4,5 min (B) 6 min (C) 12 min (D) 21 min (E) 24 min



9. Sans réponse préformulée — Dans un octaèdre régulier, combien y a-t-il de paires d'arêtes parallèles ?

10. Un rectangle de 2010 cm sur 2012 cm est recouvert d'un quadrillage dont la maille mesure 1 cm. Par combien d'intersections de lignes du quadrillage (bord compris) passe une diagonale de ce rectangle ?

(A) 2 (B) 3 (C) 500 (D) 1005 (E) 1006

11. Parmi les cinq nombres

$$\frac{12\,345\,678\,900\,987\,654\,321}{9}, \frac{234\,567\,890\,098\,765\,432}{4},$$

$$\frac{3\,456\,789\,009\,876\,543}{3}, \frac{6\,789\,009\,876}{6} \text{ et } \frac{34\,567\,890\,098}{8},$$

combien sont des entiers ?

(A) Aucun (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

12. Sans réponse préformulée — Un nombre palindrome est un nombre naturel qui conserve la même valeur lorsqu'il est lu de droite à gauche, comme par exemple 66 ou 2442. Combien existe-t-il de nombres palindromes dans l'intervalle  $[17; 1000]$  ?

13.  $2^{2012} - 2^{2011} - 2^{2010} =$

(A)  $2^{-2009}$  (B) 2 (C)  $2^{2010}$  (D)  $3 \times 2^{2010}$  (E)  $2^{2011}$

14. Sans réponse préformulée — Anne achète une paire de chaussures avec 30 % de son argent de poche puis un foulard avec 20 % du restant. Il lui reste alors 84 €. Combien avait-elle reçu d'argent de poche (en euros) ?

15. Si  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des réels non nuls tels que  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 4$  et  $\frac{1}{abc} = 2$ , que vaut  $ab + bc + ca$  ?

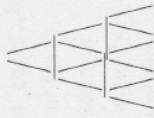
(A)  $1/8$  (B)  $1/2$  (C) 2 (D) 8

- (E) Les données sont insuffisantes pour le déterminer.

16. Sans réponse préformulée — Deux triangles équilatéraux sont l'un inscrit et l'autre circonscrit à un même cercle. Que vaut le rapport de l'aire du triangle circonscrit à celle du triangle inscrit ?



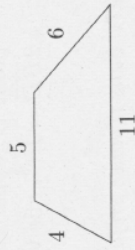
17. Sans réponse préformulée — Si 10 jeux complets de 52 cartes sont disponibles, combien d'étages complets, au maximum, pourra compter un château de cartes construit selon le schéma ci-contre ?



18. Par un point  $P$  distant de 15 du centre d'un cercle de rayon 9, on mène les tangentes au cercle. Quel est le rayon du cercle inscrit entre ces deux droites et le cercle initial ?

(A) 2 (B)  $9/4$  (C)  $8/3$  (D)  $12/5$  (E)  $5/2$

19. Sans réponse préformulée — Une bouteille pleine de jus de fruit coûte 3 €, verre compris ; la bouteille consignée est reprise pour 0,25 €. Avec 311 bouteilles vides, Mathieu achète des bouteilles pleines qui, après avoir été bues, sont à nouveau échangées, jusqu'à ce que le procédé s'épuise faute d'un nombre suffisant de bouteilles vides et d'euros. Combien de bouteilles de jus Mathieu aura-t-il pu boire en fin de compte ?



20. Que vaut l'aire d'un trapèze dont les côtés mesurent respectivement 4, 5, 6 et 11, comme l'indique le schéma ci-contre ?

(A) 80 (B) 40 (C)  $\frac{64\sqrt{2}}{3}$  (D)  $19\sqrt{2}$  (E)  $\frac{64\sqrt{2}}{9}$

21. Si  $ABCD$  est un carré, l'application successive des symétries centrales par rapport aux points  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  équivaut à

- (A) La symétrie centrale par rapport au centre du carré ;  
 (B) La translation de vecteur  $\vec{AC}$  ;  
 (C) La translation de vecteur  $\vec{DA}$  ;  
 (D) La translation de vecteur  $\vec{AD}$  ;  
 (E) La transformation identique.

22. Un triangle équilatéral et un hexagone régulier ont la même aire. Que vaut le rapport  $P_{\text{tri}}/P_{\text{hex}}$  de leurs périmètres ?

(A) 1 (B)  $3/2$  (C)  $2/3$  (D)  $\sqrt{6}/3$  (E)  $\sqrt{6}/2$

23. Si un nombre naturel non nul possède  $d$  diviseurs, combien de diviseurs possède son carré ?

(A)  $d^2$  (B)  $2d$  (C)  $2d - 1$

- (D)  $f(d)$ , pour une fonction  $f$  autre que les précédentes

- (E) Ce nombre n'est pas toujours déterminé par  $d$ .

**À REMPLIR PAR L'ÉLÈVE (en majuscules)**

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Classe : \_\_\_\_\_

Adresse privée  
Rue et n° : \_\_\_\_\_

Code postal et localité : \_\_\_\_\_

École  
Nom (sans abréviations) : \_\_\_\_\_

Adresse  
Rue et n° : \_\_\_\_\_

Code postal et localité : \_\_\_\_\_

**CADRE RÉSERVÉ AU PROFESSEUR**

Chaque réponse correcte a une valeur de 5 points et chaque abstention a une valeur de 2 points ; rien n'est déduit pour une réponse fausse. Le score total est calculé en prenant 5 fois le nombre de réponses correctes et en ajoutant 2 fois le nombre d'abstentions.

Réponses correctes :  × 5 =

Abstentions :  × 2 =

Score total :

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

30. Lucrèce fait régulièrement profiter 7 de ses amis de ses talents culinaires. Puisqu'elle n'a qu'une table pour 4 personnes, elle ne peut en inviter que 3 à la fois. Combien de repas doit-elle organiser au minimum pour que chacun de ses 7 amis ait rencontré les 6 autres ?

- (A) 7      (B) 8      (C) 9      (D) 21      (E) 42

Les participants sélectionnés pour la finale recevront par l'intermédiaire de leur école une fiche qu'ils devront compléter. Le jour de la finale, ils se muniront de cette fiche ainsi que de leur carte d'identité.