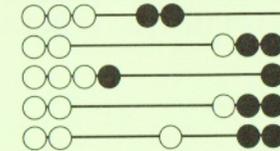




**OLYMPIADE  
MATHÉMATIQUE BELGE**



**Trente-huitième Olympiade Mathématique Belge**  
*Organisée par la Société Belge des Professeurs de Mathématique*

**Midi éliminatoire 2013**

**INSTRUCTIONS**

1. N'ouvrez pas ce livret avant le signal de votre professeur.
2. Vous indiquerez vos réponses au verso de cette page.
3. Ce questionnaire contient 30 questions ; répondez à 5 questions au moins.
4. Vingt-six questions sont à choix multiple. Chacune est suivie de réponses désignées par **(A)**, **(B)**, **(C)**, **(D)** et **(E)**. Chaque question possède une seule réponse correcte. Décidez quelle est la réponse correcte parmi les cinq proposées et retenez la lettre majuscule correspondante. Sur la feuille réponse, écrivez cette lettre dans le cercle situé à droite du numéro de la question.  
EXEMPLE : si vous estimez que la réponse correcte à la question numéro 17 est celle précédée de la lettre **(D)**, vous écrirez D sur la feuille réponse, à droite du numéro 17, dans le cercle.
5. Quatre questions sont sans réponses préformulées. Dans ce cas, la réponse correcte est un nombre entier dans  $[0; 999]$ . C'est ce nombre que vous écrirez dans la case rectangulaire de la feuille réponse.
6. RÈGLES DE COTATION : Vous recevez 5 points par réponse correcte, 2 points par abstention et 0 point par réponse fausse. Avec ce système, deviner fera en moyenne diminuer votre score. Vous n'avez intérêt à deviner que si vous avez au moins une chance sur deux de bien choisir.
7. Reportez les réponses au fur et à mesure que vous les obtenez. Écrivez au crayon (si vous changez d'avis, gomez la réponse). Du papier de brouillon, du papier millimétré, une règle, un compas, une gomme peuvent être utilisés. Les calculatrices et règles à calcul ne sont pas autorisées, de même que les livres et les notes personnelles.
8. Au signal de votre professeur, détachez la feuille de couverture sans déchirer le questionnaire, retournez-la, couvrez-en les questions, puis inscrivez les informations demandées.
9. Quand votre professeur vous l'indiquera, commencez le travail sur les problèmes. Vous disposez de 90 minutes.

**Mercredi 16 janvier 2013**

**À REMPLIR PAR L'ÉLÈVE (en majuscules)**

Nom :

Prénom :

Classe :

Adresse privée

Rue et n° :

Code postal et localité :

École

Nom (sans abréviations) :

Adresse

Rue et n° :

Code postal et localité :

**CADRE RÉSERVÉ AU PROFESSEUR**

Chaque réponse correcte a une valeur de 5 points et chaque abstention a une valeur de 2 points ; rien n'est déduit pour une réponse fausse. Le score total est calculé en prenant 5 fois le nombre de réponses correctes et en ajoutant 2 fois le nombre d'abstentions.

Réponses correctes :

 × 5 = 

+

Abstentions :

 × 2 = 

Score total :

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 

26. Les points  $A$ ,  $B$  et  $C$ , qui sont les milieux des côtés du triangle  $XYZ$ , ont respectivement pour coordonnées, dans un repère orthonormé,  $(0, 0)$ ,  $(3, 0)$  et  $(0, 4)$ . Quelle est l'aire du triangle  $XYZ$  ?

- (A) 6    (B) 12    (C) 24    (D) 48    (E) Une autre réponse

27. Que vaut la somme de toutes les solutions de l'équation

$$(x - 1)^4 - (x + 1)^4 = 0,$$

d'inconnue réelle  $x$  ?

- (A) 0    (B) 2    (C) -2    (D) Une autre valeur  
(E) Il n'y a aucune solution

28. Dans un repère orthonormé, les côtés d'un triangle sont contenus dans les droites d'équations  $y = 0$ ,  $y = x$  et  $y = -2x + 21$ . Que vaut l'aire de ce triangle ?

- (A) 42    (B) 40,50    (C) 38,25    (D) 37,75    (E) 36,75

29. L'indice de masse corporelle d'une personne est le quotient de sa masse en kilos par le carré de sa taille en mètres. Si cette personne grandit de 10 cm, son indice restera le même si

- (A) Elle augmente sa masse de 8 kilos ;  
(B) Elle augmente sa masse de 4,5 kilos ;  
(C) Elle augmente sa masse de 2,5 kilos ;  
(D) Elle diminue sa masse de 4,5 kilos ;  
(E) Elle augmente sa masse d'une valeur qui dépend de sa taille initiale.

30. De combien de manières différentes un rectangle  $6 \times 1$  peut-il être recouvert (sans lacune, chevauchement ni débordement) par des rectangles de taille  $2 \times 1$  et de taille  $1 \times 1$  ? (Cent rectangles de chaque type sont disponibles.)

- (A) 13    (B) 12    (C) 10    (D) 8    (E) 5

21.  $\left(\frac{4^4 \cdot 3^{16}}{9^8 \cdot 2^7}\right)^6 =$

- (A) 192 (B) 128 (C) 32 (D) 64/9 (E) Une autre réponse

22. Pour peindre les extérieurs (c'est-à-dire les six faces) des cubes (creux)  $C$  et  $D$ , il faut 16 fois plus de peinture pour  $D$  que pour  $C$ . Dans ce cas, pour les remplir il faut

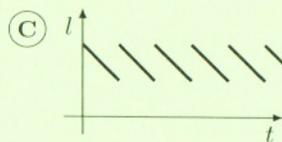
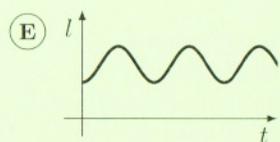
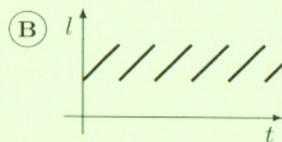
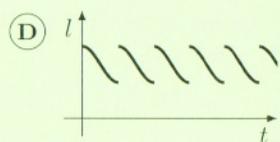
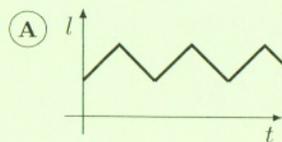
- (A) 4 fois plus de liquide pour  $D$  que pour  $C$  ;  
 (B) 16 fois plus de liquide pour  $D$  que pour  $C$  ;  
 (C) 24 fois plus de liquide pour  $D$  que pour  $C$  ;  
 (D) 48 fois plus de liquide pour  $D$  que pour  $C$  ;  
 (E) 64 fois plus de liquide pour  $D$  que pour  $C$ .

23. Combien y a-t-il de rectangles dans la figure ci-contre ?

- (A) 4 (B) 9 (C) 12 (D) 30 (E) 36



24. Lequel des graphiques suivants représente en fonction du temps, de la manière la plus plausible, la longueur des cheveux d'une personne qui passe régulièrement chez le coiffeur pour se faire couper les cheveux toujours de la même manière ?



25. *Sans réponse préformulée* — Un pêcheur ramena un jour au bout de sa ligne un grand poisson. La tête de ce poisson mesurait 9 cm. Le corps (sans queue ni tête) était aussi long que la tête et la queue réunies. La queue avait la même longueur que la tête plus la moitié du corps. Quelle était, en centimètres, la longueur totale de ce poisson ?

1. Un sablier permet de mesurer une durée de trois minutes. Combien de fois faut-il le retourner pour mesurer 2013 minutes ? (La mesure commence avec le sablier au repos, le sable en bas.)



- (A) 2014 (B) 2013 (C) 672 (D) 671 (E) 670

2.  $\sqrt{7 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3 + \sqrt{1}}}}} =$

- (A) 1 (B) 3 (C)  $\sqrt{11}$  (D)  $\sqrt{15}$  (E) 5

3.  $\frac{2^2 + 2^0 + 2^1 + 2^3}{2^{-2} + 2^{-0} + 2^{-1} + 2^{-3}} =$

- (A)  $2^{12}$  (B) 29 (C) 8 (D) 1 (E) -1

4. Parmi les quadrilatères suivants, quel est celui qui admet le moins d'axes de symétrie ?

- (A) Ce carré : (D) Ce parallélogramme :   
 (B) Ce rectangle : (E) Ce trapèze isocèle :   
 (C) Ce losange :

5. Dans le clapier du père Arthur, il y a 360 lapins, soit bruns, soit gris. Un sixième de ces lapins sont des femelles et un cinquième de ces femelles sont brunes. Le dixième des mâles sont bruns. Combien Arthur a-t-il de lapins gris ?

- (A) 12 (B) 48 (C) 30 (D) 270 (E) 318

6. Un bloc (précisément : un parallélépipède rectangle) de plasticine de 4 cm  $\times$  9 cm  $\times$   $\pi$  cm est transformé en une sphère. Quel est, en centimètres, le rayon de cette sphère ?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

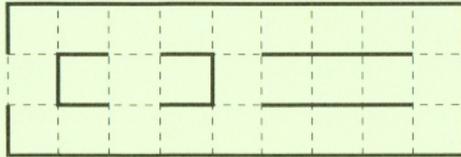
7. Affirmer que la phrase « Tous les chats noirs sont protégés par la SPA » est fausse, c'est affirmer que

- (A) Tous les chats protégés par la SPA sont noirs ;  
 (B) Aucun chat noir n'est protégé par la SPA ;  
 (C) Aucun chat protégé par la SPA n'est noir ;  
 (D) Il y a un chat noir qui n'est pas protégé par la SPA ;  
 (E) La SPA ne protège que les chats qui ne sont pas noirs.

8. Une chèvre broute un pré circulaire de rayon  $R$ . Elle est attachée à l'extrémité d'une corde, dont l'autre bout est fixé à un piquet planté au centre de la pâture. Quelle doit être la longueur de la corde pour que la chèvre ne broute que le quart de la surface du pré ?

(A)  $R/4$  (B)  $R/2$  (C)  $R - 2$  (D)  $R - 4$  (E) Une autre réponse

9. Combien de chemins (c'est-à-dire de suites de cases voisines, horizontalement ou verticalement) permettent de traverser le labyrinthe ci-dessous de gauche à droite sans passer deux fois par la même case ni franchir de mur ? (Les murs sont représentés par les traits pleins.)



(A) 8 (B) 12 (C) 16 (D) 20 (E) 24

10. *Sans réponse préformulée* — Quel est le nombre de trois chiffres dont le chiffre des dizaines est le triple de celui des unités et la moitié de celui des centaines ?

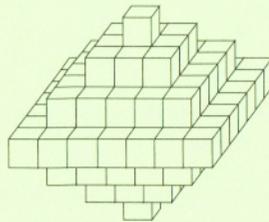
11. Dans un losange de 10 cm de côté, la grande diagonale mesure 16 cm. Que vaut l'aire de ce losange ?

(A)  $192 \text{ cm}^2$  (B)  $160 \text{ cm}^2$  (C)  $100 \text{ cm}^2$  (D)  $96 \text{ cm}^2$  (E)  $80 \text{ cm}^2$

12. Si  $x^2 - y^2 = 4$  et  $x^4 - y^4 = 16$ , que vaut  $x^2 + y^2$  ?

(A) 2 (B) 4 (C) 8 (D) 16 (E) Une autre réponse

13. *Sans réponse préformulée* — Le solide représenté ci-dessous, formé de petits cubes, admet cinq plans de symétrie. Aucun petit cube intérieur n'est manquant. De combien de petits cubes est-il formé ?



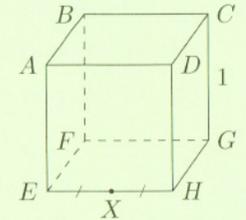
14. *Sans réponse préformulée* — Un représentant en produits cosmétiques doit visiter ses clients à Bruxelles, Mons, Charleroi, Namur, Liège et Bastogne. De combien de manières différentes peut-il programmer sa tournée si son patron lui impose de commencer par le client qui habite Mons ?

15. Sur une cuillère doseuse de sirop pour enfants sont indiquées les graduations I pour  $50 \text{ mm}^3$ , II pour  $100 \text{ mm}^3$  et III pour  $200 \text{ mm}^3$ . La posologie mentionne qu'un enfant doit prendre  $0,05 \text{ mL}$  de sirop par kilo de masse. Quelle quantité faut-il donner à un enfant de 10 kilos ?

(A) 1 cuillère remplie jusque I  
 (B) 1 cuillère remplie jusque III  
 (C) 1 cuillère remplie jusque III et une cuillère remplie jusque II  
 (D) 2 cuillères remplies chacune jusque III  
 (E) 2 cuillères remplies chacune jusque III et une cuillère remplie jusque II

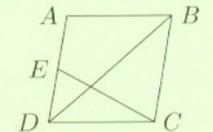
16. La longueur de l'arête du cube  $ABCDEFGH$  vaut 1. Si  $X$  est le milieu de  $[EH]$ , quelle est la longueur du segment  $[CX]$  ?

(A)  $\sqrt{2}$  (B) 1 (C)  $\frac{3}{2}$  (D) 2 (E)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$



17.  $ABCD$  est un losange et  $|AE| = |ED|$ . Le rapport de l'aire de  $EDC$  à celle de  $BCD$  est alors de

(A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{1}{3}$  (C)  $\frac{1}{4}$  (D) 3 (E) 2



18. Dans une journée (de 24 h), à combien de reprises l'aiguille des heures et l'aiguille des minutes d'une horloge ordinaire forment-elles un angle de  $180^\circ$  ?

(A) 11 (B) 12 (C) 22 (D) 23 (E) 24

19. Les nombres naturels  $A, B, C, D$  et  $E$  satisfont :

- $B$  est le double de  $A$ ,
- $C$  est le triple de  $B$ ,
- $D$  est le quadruple de  $C$ ,
- $E$  est le quintuple de  $D$ ,
- La différence de  $E$  et  $A$  vaut 833.

Combien de ces cinq nombres sont pairs ?

(A) 0 (B) 1 (C) 4 (D) 5  
 (E) Les informations données ne suffisent pas pour déterminer la réponse.

20. Hypathie a 300 morceaux de chocolat. Elle coupe en quatre 65 % d'entre eux. Combien de morceaux a-t-elle maintenant en plus ?

(A) 65 (B) 195 (C) 585 (D) 780 (E) 885