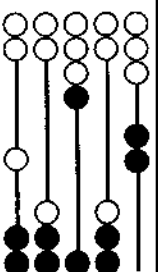


## OLYMPIADE MATHÉMATIQUE BELGE



Trente-neuvième Olympiade Mathématique Belge  
*Organisée par la Société Belge des Professeurs de Mathématique*

**Midi éliminatoire 2014**

### INSTRUCTIONS

1. N'ouvrez pas ce livret avant le signal de votre professeur.
2. Vous indiquerez vos réponses au verso de cette page.
3. Ce questionnaire contient 30 questions ; répondez à 5 questions au moins.
4. Vingt-deux questions sont à choix multiple. Chacune est suivie de réponses désignées par **A**, **B**, **C**, **D** et **E**. Chaque question possède une seule réponse correcte. Décidez quelle est la réponse correcte parmi les cinq proposées et retenez la lettre majuscule correspondante. Sur la feuille réponse, écrivez cette lettre dans le cercle situé à droite du numéro de la question.  
EXEMPLE : si vous estimez que la réponse correcte à la question numéro 17 est celle précédée de la lettre **D**, vous écrivez **D** sur la feuille réponse, à droite du numéro 17, dans le cercle.
5. Huit questions sont sans réponses préformulées. Dans ce cas, la réponse correcte est un nombre entier dans  $[0; 999]$ . C'est ce nombre que vous écrivez dans la case rectangulaire de la feuille réponse.
6. RÈGLES DE COTATION : Vous recevez 5 points par réponse correcte, 2 points par abstention et 0 point par réponse fausse. Avec ce système, deviner fera en moyenne diminuer votre score. Vous n'avez intérêt à deviner que si vous avez au moins une chance sur deux de bien choisir.
7. Reportez les réponses au fur et à mesure que vous les obtenez. Écrivez au crayon (si vous changez d'avis, gomez la réponse). Du papier de brouillon, du papier millimétré, une règle, un compas, une gomme peuvent être utilisés. Les calculatrices et règles à calcul ne sont pas autorisées, de même que les livres et les notes personnelles.
8. Au signal de votre professeur, détachez la feuille de couverture sans déchirer le questionnaire, retournez-la, couvrez-en les questions, puis inscrivez les informations demandées.
9. Quand votre professeur vous l'indiquera, commencez le travail sur les problèmes. Vous disposez de 90 minutes.

**Mercredi 15 janvier 2014**

**À REMPLIR PAR L'ÉLÈVE (en majuscules)**

Nom :

Prénom :

Classe :

Adresse privée

Rue et n° :

Code postal et localité :

École

Nom (sans abréviations) :

Adresse

Rue et n° :

Code postal et localité :

**CADRE RÉSERVÉ AU PROFESSEUR**

Chaque réponse correcte a une valeur de 5 points et chaque abstention a une valeur de 2 points ; rien n'est déduit pour une réponse fautive. Le score total est calculé en prenant 5 fois le nombre de réponses correctes et en ajoutant 2 fois le nombre d'abstentions.

Réponses correctes :

× 5 =

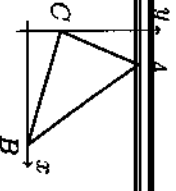
+

Abstentions :

× 2 =

Score total :

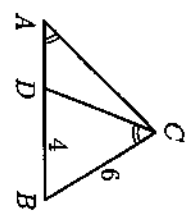
- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8
- 9
- 10
- 11
- 12
- 13
- 14
- 15
- 16
- 17
- 18
- 19
- 20
- 21
- 22
- 23
- 24
- 25
- 26
- 27
- 28
- 29
- 30



-contre, les sommets du triangle acutangle  $ABC$  ont les coordonnées suivantes :  $A = (3, 10)$ ,  $B = (10, 0)$ ,  $C = (0, c)$ . Pour quelle valeur de  $c$  l'aire de  $ABC$  vaut-elle 29 ?

28. *Sans réponse préformulée* — Jules dispose d'un cois de ballons répartis en 100 sachets, de deux types : les sachets  $A$  contenant 4 ballons blancs, un rouge et un vert, et les sachets  $B$  contenant un ballon rouge et 2 verts. Il réussit à redistribuer ces ballons dans deux autres types de sachets : les sachets  $C$  contenant 2 ballons blancs et 2 verts, et les sachets  $D$  contenant 4 ballons rouges. Quel est le nombre des nouveaux sachets ?

29. Dans la figure (imprécise) ci-contre,  $|BC| = 6$  et  $|BD| = 4$ ; les angles  $\widehat{BAC}$  et  $\widehat{DCB}$  ont même amplitude. Quelle est la mesure de  $|AD|$  ?



30. À l'éliminatoire de l'OMB, chaque concurrent se voit proposer 30 questions ; il reçoit 0 point par mauvaise réponse, 2 points par abstention et 5 points par bonne réponse. Quel est le plus grand score qu'il est possible d'obtenir de plusieurs manières ? (Deux manières d'obtenir un score sont différentes si leurs nombres de mauvaises réponses différent ou leurs nombres d'abstentions différent.)

2. Un sportif a couru un marathon en 3 h 13 min 27 s. Il est arrivé 57 min 49 s après le vainqueur. Quel est le temps de celui-ci ?

- (A) 2 h 15 min 38 s
- (B) 2 h 15 min 48 s
- (C) 2 h 17 min 38 s
- (D) 2 h 44 min 22 s
- (E) 4 h 11 min 16 s

3. Si les 20 % d'un nombre valent 12, que valent les 30 % de ce nombre ?

- (A) 15
- (B) 18
- (C) 20
- (D) 24
- (E) Une autre réponse

4. Un nombre naturel est un palindrome si sa lecture de droite à gauche produit le même résultat que sa lecture usuelle de gauche à droite. Par exemple, l'année 2002 avait pour millésime un nombre palindrome. Quelle durée la sépare de la prochaine année à avoir la même propriété ?

- (A) Moins de 20 ans
- (B) Entre 21 et 40 ans
- (C) Entre 41 et 80 ans
- (D) Entre 81 et 160 ans
- (E) Entre 161 et 320 ans

5.  $1^{2^{3^{4^5}}}$  =

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 5
- (D) 120
- (E) Une autre valeur

6. Par quel chiffre se termine l'écriture décimale de  $2014^{2014}$  ?

- (A) 0
- (B) 2
- (C) 4
- (D) 6
- (E) 8

7. La base d'une pyramide est un polygone régulier à 2014 côtés. Quelle est la différence entre le nombre d'arêtes de cette pyramide et son nombre de faces ?

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 2013
- (E) 2014

8. *Sans réponse préformulée* — Que vaut le produit du PGCD et du PPCM de 18 et de 21 ?

9. *Sans réponse préformulée* — Dans une bassecour, le nombre de poules est le triple de celui des canards et le double de celui des lapins. Si le nombre total de pattes est de 112, combien y a-t-il de têtes ?

10. En combien de points au maximum se coupent un rectangle non carré et un cercle ?

- (A) 4
- (B) 5
- (C) 6
- (D) 7
- (E) 8

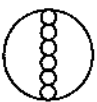
11. Que vaut le quotient de  $1 - \frac{1}{2}$  par  $1 - \frac{1}{2}$  ?

- (A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $\frac{2}{3}$  (C)  $\frac{3}{4}$  (D)  $\frac{3}{2}$  (E)  $\frac{4}{3}$

12. Le triangle  $ABC$  est rectangle en  $B$  et  $D$  est le milieu de  $[AC]$ . Si  $|AB| = 10$  et  $|BC| = 24$ , que vaut  $|BD|$  ?

- (A) 26 (B) 17 (C) 13 (D) 12 (E)  $2\sqrt{15}$

13. *Sans réponse préformulée* — Les sièges du remonte-pente de Mathland-la-Neige sont régulièrement espacés sur le câble et numérotés dans l'ordre à partir de 1. La partie montante du câble longe sa partie descendante. Alain, qui est assis sur le siège 98, croise le siège 105 au moment précis où Bart, qui est assis sur le siège 241, croise le siège 230. Combien ce remonte-pente compte-t-il de sièges ?



14. Les 7 cercles ci-contre sont tangents entre eux et leurs centres sont alignés ; les 6 petits cercles ont le même rayon. Que vaut le rapport de la circonférence du grand cercle à celle d'un des petits cercles ?

- (A) 4 (B)  $2\sqrt{6}$  (C) 5 (D)  $4\sqrt{2}$  (E) 6

15. À eux trois, Benoit, Pascal et Jean-Paul ont 144 ans. Benoit est deux fois plus jeune que Jean-Paul et Pascal a une fois et demie l'âge de Benoit. Quel est l'âge de Jean-Paul ?

- (A) 64 (B) 48 (C) 32 (D) 24 (E) 16

16.  $1/2^{2013} - 1/2^{2014} =$

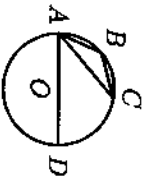
- (A)  $1/2$  (B) 1 (C) 2 (D)  $1/2^{2013}$  (E)  $1/2^{2014}$

17.  $\frac{50^{21}}{100^{10}25^{10}} =$

- (A) 1 (B) 10 (C) 25 (D) 50 (E)  $50^{11}$

18. Si  $[AD]$  est un diamètre du cercle,  $|AB| = |BC|$  et  $\widehat{BCA} = 27^\circ$ , que vaut  $\widehat{CAD}$  ?

- (A)  $36^\circ$  (B)  $35^\circ$  (C)  $34^\circ$  (D)  $33^\circ$  (E)  $32^\circ$



19. Lorsque la touche  $x^2$  d'une calculatrice est enfoncée, le nombre affiché est remplacé par son carré. Si la calculatrice affiche initialement le nombre 2, quel est le plus petit nombre de pressions sur cette touche qui conduit à l'affichage d'un nombre supérieur à 2014 ?

- (A) 4 (B) 5 (C) 10 (D) 1012 (E) Une autre valeur

20. *Sans réponse préformulée* — Les dimensions d'un rectangle sont deux nombres premiers et la diagonale mesure  $\sqrt{218}$ . Que vaut l'aire de ce rectangle ?

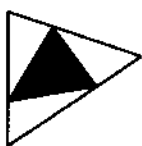
21. D'après mon coéquipier, nous avons perdu tous les matchs déjà joués à l'extérieur durant la présente saison. Pour établir qu'il a tort, il me suffit de mentionner le fait que durant la présente saison,

- (A) Nous avons gagné tous les matchs joués à domicile ;  
 (B) Nous avons perdu tous les matchs joués à domicile ;  
 (C) Nous avons perdu au moins un match joué à l'extérieur ;  
 (D) Nous avons gagné au moins un match joué à l'extérieur ;  
 (E) Il nous reste à jouer un match à domicile.

22. *Sans réponse préformulée* — Que vaut  $\frac{1}{2 + \sqrt{3}} + \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$  ?

23. Les sommets du triangle ombré sont situés aux deux tiers des côtés du grand triangle. Quel est le rapport de l'aire du grand triangle à l'aire du triangle ombré ?

- (A)  $\sqrt{5}$  (B)  $\sqrt{6}$  (C) 3 (D) 4 (E) 6

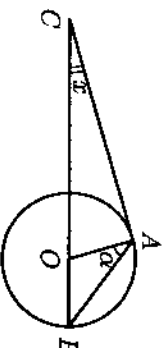


24. Si la vitesse de la lumière est de  $3 \times 10^8$  km/s, quelle distance parcourt la lumière en une heure ?

- (A)  $0,108 \times 10^7$  km (D)  $108 \times 10^7$  km  
 (B)  $1,08 \times 10^7$  km (E)  $1\,080 \times 10^7$  km  
 (C)  $10,8 \times 10^7$  km

25. La droite  $AC$  est tangente en  $A$  au cercle, dont  $O$  est le centre. Si  $\alpha$  est la mesure en degrés de  $OAB$  et  $x$  celle de  $BCA$ , alors  $x =$

- (A)  $\alpha$  (B)  $90^\circ + 2\alpha$  (C)  $90^\circ - 2\alpha$  (D)  $180^\circ + \alpha$  (E)  $180^\circ - \alpha$



26. Quel est le plus petit nombre de couleurs requises pour colorier les sommets d'un cube de sorte que chaque sommet reçoive une couleur et que deux sommets non reliés par une arête reçoivent toujours deux couleurs différentes ?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6