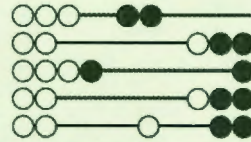




**OLYMPIADE
MATHÉMATIQUE BELGE**



Quarante-deuxième Olympiade Mathématique Belge

Organisée par la Société Belge des Professeurs de Mathématique

Midi éliminatoire 2017

INSTRUCTIONS

- N'ouvrez pas ce livret avant le signal de votre professeur.
- Vous indiquerez vos réponses au verso de cette page.
- Ce questionnaire contient 30 questions ; répondez à 5 questions au moins.
- Vingt-deux questions sont à choix multiple. Chacune est suivie de réponses désignées par (A), (B), (C), (D) et (E). Chaque question possède une seule réponse correcte. Décidez quelle est la réponse correcte parmi les cinq proposées et retenez la lettre majuscule correspondante. Sur la feuille réponse, écrivez cette lettre dans le cercle situé à droite du numéro de la question.
EXEMPLE : si vous estimez que la réponse correcte à la question numéro 17 est celle précédée de la lettre (D), vous écrirez D sur la feuille réponse, à droite du numéro 17, dans le cercle.
- Huit questions sont sans réponses préformulées. Dans ce cas, la réponse correcte est un nombre entier dans [0;999]. C'est ce nombre que vous écrirez dans la case rectangulaire de la feuille réponse.
- RÈGLES DE COTATION : Vous recevez 5 points par réponse correcte, 2 points par abstention et 0 point par réponse fausse. Avec ce système, deviner fera en moyenne diminuer votre score. Vous n'avez intérêt à deviner que si vous avez au moins une chance sur deux de bien choisir.
- Reportez les réponses au fur et à mesure que vous les obtenez. Écrivez au crayon (si vous changez d'avis, gomez la réponse). Du papier de brouillon, du papier millimétré, une règle, un compas, une gomme peuvent être utilisés. Les calculatrices et règles à calcul ne sont pas autorisées, de même que les livres et les notes personnelles.
- Au signal de votre professeur, détachez la feuille de couverture sans déchirer le questionnaire, retournez-la, couvrez-en les questions, puis inscrivez les informations demandées.
- Quand votre professeur vous l'indiquera, commencez le travail sur les problèmes. Vous disposez de 90 minutes.

Mercredi 18 janvier 2017

À REMPLIR PAR L'ÉLÈVE (en majuscules)

Nom :

Prénom :

Classe :

Adresse privée

Rue et n° :

Code postal et localité :

École

Nom (sans abréviations) :

Adresse

Rue et n° :

Code postal et localité :

CADRE RÉSERVÉ AU PROFESSEUR

Chaque réponse correcte a une valeur de 5 points et chaque abstention a une valeur de 2 points ; rien n'est déduit pour une réponse fausse. Le score total est calculé en prenant 5 fois le nombre de réponses correctes et en ajoutant 2 fois le nombre d'abstentions.

Réponses correctes : × 5 =

Abstentions : × 2 =

Score total :

1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>
6	<input type="text"/>
7	<input type="text"/>
8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>
10	<input type="text"/>
11	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>
13	<input type="text"/>
14	<input type="text"/>
15	<input type="radio"/>
16	<input type="radio"/>
17	<input type="radio"/>
18	<input type="radio"/>
19	<input type="radio"/>
20	<input type="text"/>
21	<input type="text"/>
22	<input type="radio"/>
23	<input type="radio"/>
24	<input type="radio"/>
25	<input type="radio"/>
26	<input type="radio"/>
27	<input type="text"/>
28	<input type="radio"/>
29	<input type="radio"/>
30	<input type="radio"/>

1. Ma note chez l'épicier s'élève à 15,37 €, mais le caissier a compté trois fois le même pamplemousse au prix unitaire de 0,80 € alors que je n'en ai pris qu'un seul. Après rectification, combien dois-je réellement payer ?

- (A) 12,97 € (B) 13,77 € (C) 14,57 € (D) 16,97 €
 (E) Un autre montant

2. Si $a \neq 0$, $\frac{a^3 - a^2}{a^2} =$

- (A) a (B) 0 (C) a^2 (D) \sqrt{a} (E) $a - 1$

3. On écrit, en bloc et de manière répétée, toujours dans le même ordre, les cinq premières lettres de l'alphabet :

ABCDEABCDEABCDE...

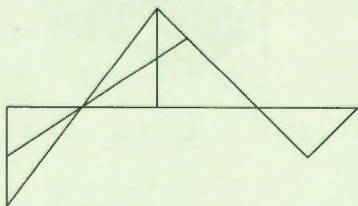
Quelle est la 2017^e lettre qui sera écrite ?

- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

4. Laquelle des expressions suivantes représente le double du cube de l'opposé de 0,1 ?

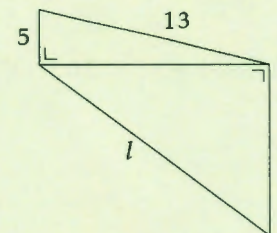
- (A) $(2 \cdot 0,1)^3$ (D) $2 \cdot (-0,1)^3$
 (B) $2^3 \cdot (-0,1)$ (E) $-2^3 \cdot (0,1)$
 (C) $(2 \cdot (-0,1))^3$

5. Combien y a-t-il de triangles dans la figure ci-dessous ?



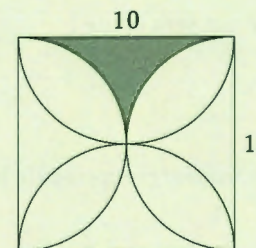
- (A) 7 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

6. Sans réponse préformulée — La figure suivante (dont les proportions ont été volontairement altérées) représente deux triangles rectangles adjacents ; que vaut l ?



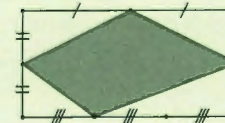
7. Sans réponse préformulée — Un réservoir d'essence est rempli au sixième de sa capacité. Si on ajoute 2 litres à son contenu, il se trouve être rempli au quart de sa capacité. Quelle est, en litres, la capacité totale de ce réservoir ?

8. Quel est, à un dixième près, le périmètre de la région ombrée dans la figure ci-dessous ?



- (A) 25,7 (B) 25,9 (C) 26,1 (D) 26,3 (E) 26,5

9. L'aire du rectangle ci-dessous vaut 396 cm². Que mesure, en centimètres carrés, l'aire du quadrilatère ombré ?



- (A) 132 (B) 148 (C) 165 (D) 180 (E) 198

10. Sans réponse préformulée — Quel est le plus petit nombre naturel divisible par 7 et par 17 dont le reste de la division par 3 vaut 1 ?

11. Lequel des nombres suivants est toujours divisible par 3, quel que soit le naturel n ?

- (A) $n(n+1)(n+4)$ (D) $n(n+3)(n-3)$
 (B) $n(n+2)(n+4)$ (E) $(n+2)(n+3)(n+5)$
 (C) $n(n+2)(n+3)$

12. Dans un livre de physique, on apprend, au chapitre électricité, que lorsque deux résistances R_1 et R_2 sont couplées en parallèle, la résistance équivalente R se calcule à l'aide de la formule

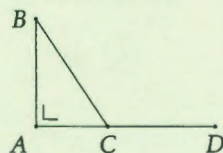
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Si chacune des résistances R_1 et R_2 augmente de 25 %, alors :

- (A) R augmente de 25 % ;
 (B) R diminue de 25 % ;
 (C) R augmente de 20 % ;
 (D) R diminue de 20 % .
 (E) Aucune des réponses précédentes

13. Sans réponse préformulée — Si $x^2 + 5x + 6 = 20$, que vaut $3x^2 + 15x + 17$?

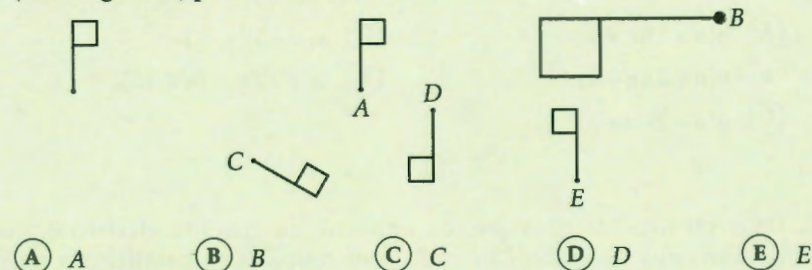
14. Sans réponse préformulée — Dans la figure (schématique) ci-dessous, \widehat{ABC} mesure 10° de moins que le cinquième de \widehat{BCD} . Quelle est, en degrés, l'amplitude de \widehat{ACB} ?



15. Le prix d'un produit dérivé du pétrole a augmenté de 60 % durant l'année 1973. Pour revenir à sa valeur initiale, ce prix devrait baisser de :

- (A) 70 % (B) 62,5 % (C) 60 % (D) 40 % (E) 37,5 %

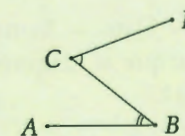
16. Lequel des drapeaux A, B, C, D, E est l'image du drapeau non étiqueté (situé à gauche) par une rotation ?



17. Quand les longueurs des côtés d'un carré sont augmentées de 7 m, son aire augmente de 511 m^2 . Quelle est, en mètres, la longueur du côté du carré initial ?

- (A) 29,5 (B) 33 (C) 36,5 (D) 40 (E) 462

18. La figure ci-dessous montre un système articulé plan composé de trois tiges de même longueur, articulées en B et en C. Si l'angle en B mesure 24° , que doit mesurer l'angle en C pour que la droite DB soit perpendiculaire à AB ?

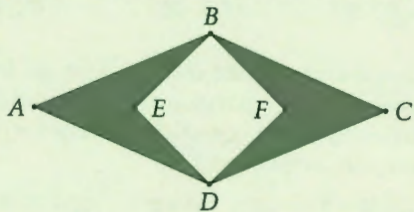


- (A) 18° (B) 24° (C) 48° (D) 60° (E) 90°

19. Dans une classe, tous les élèves apprennent au moins une langue germanique : 17 le néerlandais, 18 l'allemand et 7 les deux. Combien y a-t-il d'élèves dans la classe ?

- (A) 21 (B) 28 (C) 35 (D) 42 (E) Une autre réponse

20. *Sans réponse préformulée* — Dans la figure imprécise ci-dessous, $ABCD$ est un losange et $BEDF$ est un carré. Si $|AB| = 15$ cm et $|AC| = 24$ cm, que vaut l'aire de la surface ombrée, en centimètres carrés ?



21. *Sans réponse préformulée* — La somme des aires de deux carrés vaut 818. Le produit de la diagonale de l'un par la diagonale de l'autre vaut 782. Quelle est la longueur du côté du plus grand carré ?
22. Un professeur calcule la moyenne arithmétique des notes de ses 100 élèves pour une interrogation notée sur 20 points. Laquelle des propositions suivantes est vraie ?
- (A) Si 51 élèves ont obtenu des notes supérieures à 10, alors la moyenne est supérieure à 10.
- (B) Si 50 élèves ont obtenu la note 19, alors la moyenne est supérieure à 10.
- (C) Si la moyenne est supérieure à 10, alors les notes des élèves sont toutes supérieures à 10.
- (D) Si les notes des élèves sont toutes supérieures à 10, alors la moyenne est supérieure à 10.
- (E) Aucune des propositions précédentes n'est vraie.
23. La proposition : « Pour tous réels a et b , $a < b \Rightarrow a^2 > b^2$. » est fausse. Par quoi suffit-il d'y remplacer le mot *réels* pour obtenir une proposition vraie ?
- (A) Par réels de même signe ; (D) Par réels strictement positifs ;
- (B) Par réels de signes opposés ; (E) Par réels négatifs.
- (C) Par réels positifs ;
24. Quel est le produit de tous les diviseurs naturels de 144 ?
- (A) 12^8 (B) 12^{10} (C) 12^{15} (D) 12^{16} (E) 12^{17}

25. Pour constituer une équipe de 7 joueurs, un sélectionneur doit choisir parmi 9 joueurs ; combien d'équipes différentes peut-il former ?

(A) 7 (B) 9 (C) 36 (D) 63 (E) 72

26. Un menuisier coupe une planche rectangulaire de longueur a et de largeur $b < a$ en quatre parties par deux traits parallèles aux côtés ; A et D sont deux parties sans côté commun ; elles ont même aire et A est un carré. Que vaut le côté de ce carré ?

(A) $\frac{ab}{a+b}$ (B) $\frac{a+b}{4}$ (C) $\frac{2a+b}{a+2b}$ (D) $\frac{a^2+b^2}{a+b}$ (E) $\frac{a^2-b^2}{a-b}$

27. *Sans réponse préformulée* — Pablo lit un livre, dont les pages sont numérotées à partir de 1. À un moment où il est en bas d'une page, en additionnant les numéros des pages qu'il a déjà lues, il obtient 351 ; en additionnant les numéros des pages qu'il lui reste à lire, il obtient 469. Combien ce livre a-t-il de pages ?

28. Un trapèze de hauteur 2 dont l'une des bases vaut 12 est inscrit dans un cercle de rayon 10. Quelle est l'aire de ce trapèze ?

(A) 16 (B) 18 (C) 28 (D) $12 + 4\sqrt{21}$ (E) 32

29. Si $x^2 + y^2 = 42$ et $x + y = 8$, que vaut xy ?

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

30. Soit r et s deux nombres entiers ; $\frac{6^{r+s} \cdot 12^{r-s}}{8^r \cdot 9^{r+2s}}$ est un nombre entier si

(A) $s \leq 0$; (B) $r \leq 0$; (C) $r \geq s$; (D) $r + s \leq 0$; (E) $r^2 + s^2 \geq 0$.