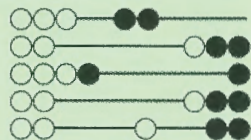


**OLYMPIADE
MATHÉMATIQUE BELGE**



Quarante-troisième Olympiade Mathématique Belge

Organisée par la Société Belge des Professeurs de Mathématique

Midi éliminatoire 2018

INSTRUCTIONS

- N'ouvrez pas ce livret avant le signal de votre professeur.
- Vous indiquerez vos réponses au verso de cette page.
- Ce questionnaire contient 30 questions ; répondez à 5 questions au moins.
- Vingt-deux questions sont à choix multiple. Chacune est suivie de réponses désignées par **(A)**, **(B)**, **(C)**, **(D)** et **(E)**. Chaque question possède une seule réponse correcte. Décidez quelle est la réponse correcte parmi les cinq proposées et retenez la lettre majuscule correspondante. Sur la feuille réponse, écrivez cette lettre dans le cercle situé à droite du numéro de la question.
EXEMPLE : si vous estimez que la réponse correcte à la question numéro 17 est celle précédée de la lettre **(D)**, vous écrirez D sur la feuille réponse, à droite du numéro 17, dans le cercle.
- Huit questions sont sans réponses préformulées. Dans ce cas, la réponse correcte est un nombre entier dans [0;999]. C'est ce nombre que vous écrirez dans la case rectangulaire de la feuille réponse.
- RÈGLES DE COTATION : Vous recevez 5 points par réponse correcte, 2 points par abstention et 0 point par réponse fausse. Avec ce système, deviner fera en moyenne diminuer votre score. Vous n'avez intérêt à deviner que si vous avez au moins une chance sur deux de bien choisir.
- Reportez les réponses au fur et à mesure que vous les obtenez. Écrivez au crayon (si vous changez d'avis, gomez la réponse). Du papier de brouillon, du papier millimétré, une règle, un compas, une gomme peuvent être utilisés. Les calculatrices et règles à calcul ne sont pas autorisées, de même que les livres et les notes personnelles.
- Au signal de votre professeur, détachez la feuille de couverture sans déchirer le questionnaire, retournez-la, couvrez-en les questions, puis inscrivez les informations demandées.
- Quand votre professeur vous l'indiquera, commencez le travail sur les problèmes. Vous disposez de 90 minutes.

Mercredi 17 janvier 2018

À REMPLIR PAR L'ÉLÈVE (en majuscules)

Nom :

Prénom :

Classe :

Adresse privée

Rue et n° :

Code postal et localité :

École

Nom (sans abréviations) :

Adresse

Rue et n° :

Code postal et localité :

CADRE RÉSERVÉ AU PROFESSEUR

Chaque réponse correcte a une valeur de 5 points et chaque abstention a une valeur de 2 points ; rien n'est déduit pour une réponse fausse. Le score total est calculé en prenant 5 fois le nombre de réponses correctes et en ajoutant 2 fois le nombre d'abstentions.

Réponses correctes : × 5 =

+

Abstentions : × 2 =

Score total :

1	<input type="radio"/>
2	<input type="text"/>
3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>
11	<input type="radio"/>
12	<input type="text"/>
13	<input type="radio"/>
14	<input type="radio"/>
15	<input type="radio"/>
16	<input type="text"/>
17	<input type="radio"/>
18	<input type="radio"/>
19	<input type="text"/>
20	<input type="radio"/>
21	<input type="text"/>
22	<input type="radio"/>
23	<input type="radio"/>
24	<input type="text"/>
25	<input type="radio"/>
26	<input type="radio"/>
27	<input type="text"/>
28	<input type="radio"/>
29	<input type="radio"/>
30	<input type="text"/>

1. Combien de lundis peut-il y avoir au maximum dans une période de 75 jours consécutifs ?

- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 15

2. *Sans réponse préformulée* — Un type de car peut transporter 62 personnes assises (en plus du chauffeur). Si une école de 692 élèves et 35 de leurs professeurs doivent partir en excursion, combien faudra-t-il de cars de ce type, au minimum, pour que tous aient une place assise ?

3. Parmi les nombres suivants, quel est celui qui peut être considéré comme une taille normale pour un participant à l'Olympiade de mathématiques ?

- (A) $0,000\,017 \times 10^4$ cm (D) 170×10^{-3} m
 (B) $0,017 \times 10^5$ mm (E) $1,7 \times 10^{-4}$ km
 (C) $170\,000 \times 10^{-7}$ m

4. $2018^2 - 2016 \times 2020 =$

- (A) 2018 (B) 4 (C) 2 (D) 1 (E) 0

5. Le quadrilatère convexe $ABCD$ est inscrit dans un cercle dont $[AB]$ est un diamètre. La diagonale $[AC]$ fait un angle de 24° avec ce diamètre. Que mesure, en degrés, l'angle \widehat{ADC} ?

- (A) 120 (B) 115 (C) 114 (D) 112 (E) 108

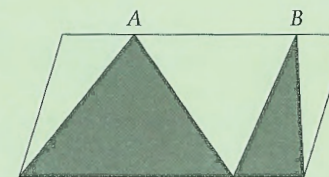
6. Pierre et Paul fêtent ensemble leurs anniversaires au restaurant avec quelques amis. S'ils divisent l'addition entre tous, la part de chacun est de 30 €. Mais à la fin du diner, les amis insistent pour que Pierre et Paul ne paient pas ; chacun des autres paie alors 40 €. Combien de personnes étaient présentes à ce repas, en plus de Pierre et de Paul ?

- (A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 30 (E) 40

7. Si m et n désignent des nombres naturels pairs, quel nombre parmi les suivants n'est jamais pair ?

- (A) m^n (D) $3m + 7n$
 (B) $5m^3 + 7n^2$ (E) $(2m - 1)(7m - 5)$
 (C) $m^2 \cdot n^3$

8. L'aire du parallélogramme ci-dessous est 6. Que vaut l'aire ombrée ?



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) Elle dépend des positions de A et B.

9. Bill change 600 dollars en euros au taux de 1,25 \$ par euro. Ayant annulé son voyage, il reconvertit tous ces euros en dollars au nouveau taux de 1,20 \$ par euro. Combien reçoit-il de dollars ?

- (A) 576 (B) 600 (C) 625 (D) 630 (E) 720

10. Si p est un diviseur premier de 240, alors forcément

- (A) p divise 30 ; (D) p divise 80.
 (B) p divise 48 ; (E) Aucune des réponses précédentes
 (C) p divise 75 ;

11. Audrey a aligné vingt pièces de 0,20 € sur une table. Bernard a alors remplacé une pièce sur quatre, à partir de la 4^e, par une pièce de 0,50 €. Ensuite, Charlotte a remplacé une pièce sur trois, à partir de la 3^e, par une pièce de 1 €. Finalement, David a remplacé une pièce sur six, à partir de la 6^e, par une pièce de 2 €. Quel est maintenant le montant total de la rangée de pièces de monnaie ?

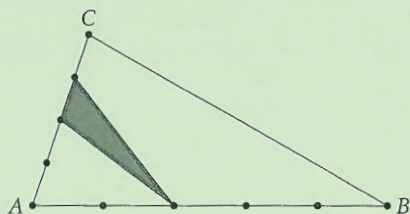
- (A) 10,5 € (B) 12,2 € (C) 13 € (D) 13,5 €
 (E) Une autre réponse

12. *Sans réponse préformulée* — Deux côtés consécutifs d'un polygone régulier convexe forment un angle de 179° . Combien ce polygone a-t-il de côtés ?

13. Parmi les nombres suivants, quel est celui qui n'est pas la somme de quatre nombres entiers consécutifs ?

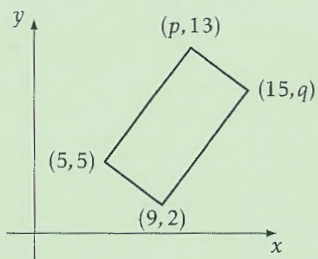
- (A) 425 398 (B) 429 562 (C) 496 244 (D) 876 534 (E) 926 322

14. Dans la figure suivante, les points partagent les côtés sur lesquels ils se trouvent en segments de mêmes longueurs. L'aire du triangle ABC est 180 ; quelle est celle du triangle gris ?



- (A) 9 (B) 18 (C) 27 (D) 36 (E) 45

15. La figure ci-dessous est un rectangle ; que vaut $p + q$?



- (A) 17 (B) 18 (C) 20 (D) 21 (E) 22

16. *Sans réponse préformulée* — J'ai acheté 100 fours à 120 € pièce, avec l'objectif de les revendre à 200 € ; mais ils doivent maintenant être liquidés au plus tôt. Au cours d'une semaine de publicité offrant 20 % de remise sur le prix initial, 25 fours sont vendus. Une fois cette remise portée à 30 %, 25 fours supplémentaires sont vendus. Enfin, avec une remise de 40 % (toujours sur le prix initial), ce sont de nouveau 25 fours supplémentaires qui sont vendus. Pour faire néanmoins un bénéfice de 2000 € sur l'ensemble de l'opération, quel prix unitaire dois-je demander pour chacun des 25 fours restants ?

17. Le rapport de la longueur à la largeur d'un rectangle vaut $\frac{4}{3}$ et l'une de ses diagonales mesure 10 cm. Que vaut l'aire de ce rectangle, en centimètres carrés ?

- (A) 100 (B) 64 (C) $50\sqrt{2}$ (D) 48 (E) 24

18. La somme des carrés de trois nombres entiers consécutifs

- (A) Est toujours divisible par 3 ;
 (B) Est divisible par 3 si le plus petit des nombres est divisible par 3 ;
 (C) Est divisible par 3 si le nombre moyen est divisible par 3 ;
 (D) Est divisible par 3 si le plus grand des nombres est divisible par 3 ;
 (E) N'est jamais divisible par 3.

19. *Sans réponse préformulée* — Mathieu doit peindre des pions, chacun dans une seule couleur. Il dispose de trois couleurs et a reçu la consigne que chaque couleur doit être attribuée à un quart des pions au moins. Au moment de se mettre au travail, il se rend compte que la consigne est impossible à respecter. Combien a-t-il de pions à peindre, au maximum ?

20. Cinq carrés identiques sont partiellement recouverts par des disques ou des morceaux de disques :



Dans les cinq carrés, la somme des aires des parties ombrées

- (A) Est la même ; (D) Prend 4 valeurs distinctes ;
 (B) Prend 2 valeurs distinctes ; (E) Prend 5 valeurs distinctes.
 (C) Prend 3 valeurs distinctes ;

21. *Sans réponse préformulée* — Pascal (qui vit seul) vide invariablement un tube de dentifrice en 72 jours et un flacon de shampoing en 60 jours ; il use un savon en 40 jours. Aujourd'hui 17 janvier, il entame un nouveau flacon de shampoing alors que son savon et son tube de dentifrice sont exactement à la moitié de leurs existences. Dans combien de jours devra-t-il, pour la première fois à venir, entamer simultanément un nouveau savon, un nouveau tube de dentifrice et un nouveau flacon de shampoing ?

22. Un nombre *palindrome* est un nombre qui est le même quel que soit le sens de lecture, par exemple $A = 20177102$. Quelle est la différence entre le plus petit nombre palindrome strictement supérieur à A et le plus grand nombre palindrome strictement inférieur à A ?

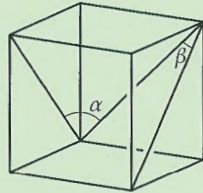
- (A) 10001 (B) 11000 (C) 11011 (D) 22000 (E) 22022

23. L'une des « boîtes noires » d'un avion se trouve par 2000 m de fond. Le signal acoustique qu'elle émet est perceptible par le détecteur approprié jusqu'à 4000 m de distance. Quel est le rayon de la zone circulaire, à la surface de l'océan, d'où il est possible de la repérer?

- (A) $1000\sqrt{3}$ m (B) $2000\sqrt{2}$ m (C) $2000\sqrt{3}$ m (D) 2000 m (E) 4000 m

24. *Sans réponse préformulée* — Un propriétaire embauche Denis et Alain pour construire une clôture de 40 poteaux. Il paye à Denis 12 € pour chaque poteau qu'il plante et 8 € à Alain pour chaque poteau. Il veut payer la même somme d'argent à Denis et Alain. Combien paye le propriétaire pour la clôture (en euros)?

25. Quelle relation vérifient les angles α et β indiqués dans ce cube?

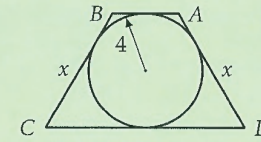


- (A) $\alpha = \beta = 45^\circ$ (B) $\alpha = \beta = 60^\circ$ (C) $\alpha = \beta = 90^\circ$ (D) $\alpha < \beta$ (E) $\alpha > \beta$

26. L'octogone régulier $ABCDEFGH$ est inscrit dans un cercle de rayon r . Que vaut l'aire du triangle ACG ?

- (A) $2\sqrt{2}r^2$ (B) $2r^2$ (C) $\sqrt{2}r^2$ (D) r^2 (E) $\frac{r^2}{\sqrt{2}}$

27. *Sans réponse préformulée* — L'aire du trapèze isocèle $ABCD$ est 80 et $|AD| = |BC| = x$. Le cercle, de rayon 4, est tangent à ses quatre côtés. Que vaut x ?

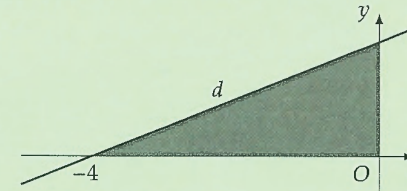


28. Si n est un nombre naturel, quelle est la valeur de

$$\frac{2^{n+1} + 2^{n+2} + 2^{n+3} + 2^{n+4}}{2^{n-1} + 2^{n-2} + 2^{n-3} + 2^{n-4}}?$$

- (A) 2 (B) 4 (C) 8 (D) 32 (E) La valeur dépend de n .

29. La droite d coupe l'axe horizontal au point de coordonnées $(-4, 0)$. L'aire du triangle ombré est égale à 3. Quelle est la pente (le coefficient angulaire) de la droite d ?



- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{3}{8}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{8}{3}$ (E) 3

30. *Sans réponse préformulée* — Une roue est arrêtée contre une marche de 8 cm de hauteur. La distance entre le point de contact de la roue sur le sol et le nez de la marche est de 20 cm. Quel est, en centimètres, le rayon de la roue?

