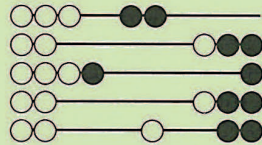




**OLYMPIADE
MATHÉMATIQUE BELGE**



Quarante-septième Olympiade Mathématique Belge
Organisée par la Société Belge des Professeurs de Mathématique
Midi éliminatoire 2022

INSTRUCTIONS

- N'ouvrez pas ce livret avant le signal de votre professeur.
- Vous indiquerez vos réponses au verso de cette page.
- Ce questionnaire contient 30 questions ; répondez à 5 questions au moins.
- Vingt-deux questions sont à choix multiple. Chacune est suivie de réponses désignées par (A), (B), (C), (D) et (E). Chaque question possède une seule réponse correcte. Décidez quelle est la réponse correcte parmi les cinq proposées et retenez la lettre majuscule correspondante. Sur la feuille réponse, écrivez cette lettre dans le cercle situé à droite du numéro de la question.
EXEMPLE : si vous estimez que la réponse correcte à la question numéro 17 est celle précédée de la lettre (D), vous écrirez D sur la feuille réponse, à droite du numéro 17, dans le cercle.
- Huit questions sont sans réponses préformulées. Dans ce cas, la réponse correcte est un nombre entier dans [0;999]. C'est ce nombre que vous écrirez dans la case rectangulaire de la feuille réponse.
- RÈGLES DE COTATION : Vous recevez 5 points par réponse correcte, 2 points par abstention et 0 point par réponse fausse. Avec ce système, deviner fera en moyenne diminuer votre score. Vous n'avez intérêt à deviner que si vous avez au moins une chance sur deux de bien choisir.
- Reportez les réponses au fur et à mesure que vous les obtenez. Écrivez au crayon (si vous changez d'avis, gomez la réponse). Du papier de brouillon, du papier millimétré, une règle, un compas, une gomme peuvent être utilisés. Les calculatrices et règles à calcul ne sont pas autorisées, de même que les livres et les notes personnelles.
- Au signal de votre professeur, détachez la feuille de couverture sans déchirer le questionnaire, retournez-la, couvrez-en les questions, puis inscrivez les informations demandées.
- Quand votre professeur vous l'indiquera, commencez le travail sur les problèmes. Vous disposez de 90 minutes.

Mercredi 19 janvier 2022

À REMPLIR PAR L'ÉLÈVE (en majuscules)

Nom :

Prénom :

Classe :

Adresse privée

Rue et n° :

Code postal et localité :

École

Nom (sans abréviations) :

Adresse

Rue et n° :

Code postal et localité :

CADRE RÉSERVÉ AU PROFESSEUR

Chaque réponse correcte a une valeur de 5 points et chaque abstention a une valeur de 2 points ; rien n'est déduit pour une réponse fausse. Le score total est calculé en prenant 5 fois le nombre de réponses correctes et en ajoutant 2 fois le nombre d'abstentions.

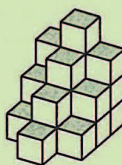
Réponses correctes : × 5 =
+

Abstentions : × 2 =

Score total :

1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>
4	<input type="text"/>
5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>
11	<input type="text"/>
12	<input type="radio"/>
13	<input type="radio"/>
14	<input type="radio"/>
15	<input type="radio"/>
16	<input type="radio"/>
17	<input type="text"/>
18	<input type="radio"/>
19	<input type="text"/>
20	<input type="radio"/>
21	<input type="radio"/>
22	<input type="text"/>
23	<input type="radio"/>
24	<input type="radio"/>
25	<input type="text"/>
26	<input type="radio"/>
27	<input type="text"/>
28	<input type="radio"/>
29	<input type="radio"/>
30	<input type="text"/>

1. Pour la remise des prix de l'OMB, un super-podium à dix places a été construit avec des cubes, empilés les uns sur les autres sans laisser de trou. Il est représenté ci-contre. De combien de cubes est-il formé ?



- (A) 16 (B) 18 (C) 20 (D) 22 (E) 26

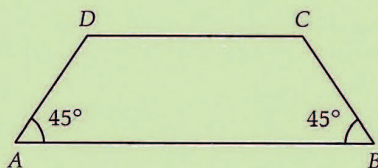
2.
$$\frac{(2^3 \times 10^4) \times (2^5 \times 10^9)}{2^7 \times 10^{13}} =$$

- (A) 2 (B) 20 (C) 640 (D) 256 000 (E) Une autre valeur

3. Depuis le 1^{er} janvier 2022, Jade calcule la somme des chiffres de la date du jour. Par exemple, pour le 1^{er} janvier 2022, elle a obtenu $1 + 1 + 2 + 0 + 2 + 2 = 8$. Quelle est la plus grande somme qu'elle obtiendra pendant l'année 2022 ?

- (A) 18 (B) 19 (C) 20 (D) 22 (E) 26

4. *Sans réponse préformulée* — Quelle est, en centimètres carrés, l'aire du trapèze isocèle $ABCD$ représenté de manière imprécise sur la figure ci-dessous, dont la grande base $[AB]$ mesure 50 cm, la petite base $[CD]$ mesure 30 cm et les angles à la base \widehat{BAD} et \widehat{ABC} mesurent 45° ?



5. Si la longueur du côté d'un carré augmente de 10%, de quel pourcentage augmente son aire ?

- (A) 10 (B) 11 (C) 21 (D) 40 (E) 100

6. Si $x^2 = x + 1$, que vaut $x^3 - x^2$?

- (A) 1 (B) x (C) $x + 1$ (D) x^2 (E) On ne peut le déterminer.

7. Un pantalon coûte au départ 128 € puis subit une augmentation de x pour cent pour finalement connaître une réduction de x pour cent. Son nouveau prix est de 126 €. Que vaut x ?

- (A) 98 (B) 87,5 (C) 50 (D) 12,5 (E) 2

8. Quel est le nombre entier a tel que a^2 dépasse a^3 de 150 ?

- (A) -10 (B) -5 (C) 5 (D) 10 (E) 15

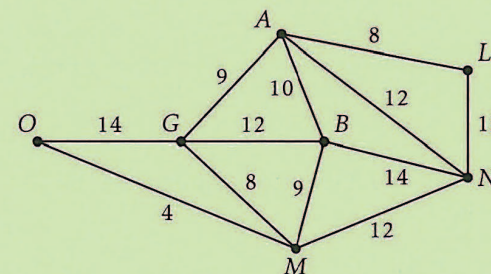
9. Quel nombre réel x satisfait $2x^{-1} + (2x)^{-1} = 1$?

- (A) $-1/2$ (B) $2/5$ (C) $1/2$ (D) 1 (E) $5/2$

10. Sur le cercle circonscrit à un triangle équilatéral ABC , le point D est diamétralement opposé au point B . Quelle est, en degrés, l'amplitude de l'angle \widehat{ADB} ?

- (A) 30 (B) 45 (C) 60 (D) 75 (E) 90

11. *Sans réponse préformulée* — La figure ci-dessous représente le réseau routier d'un royaume imaginaire, avec les temps de parcours. Quelle est la durée la plus courte d'un trajet de la ville O à la ville L ?



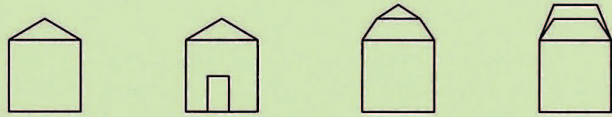
12. $2022 - 2019 + 2016 - 2013 + 2010 - 2007 + \dots - 15 + 12 - 9 + 6 - 3 =$

- (A) 337 (B) 338 (C) 674 (D) 1001 (E) 1011

13. La Belgique organise deux compétitions de mathématiques, chacune à intervalles réguliers. La compétition *A* est organisée une année sur quatre et la compétition *B* une année sur six. Les compétitions n'ont jamais lieu la même année. Au total, la Belgique organise donc une compétition de mathématiques m années sur n . Déterminer $\frac{m}{n}$.

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{5}{12}$ (E) $\frac{4}{5}$

14. Parmi les quatre dessins suivants, combien peuvent être tracés sans lever le crayon et sans repasser par un même trait ?



- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

15. Erin connaît le nom de 5 membres du jury de l'OMB, Liam en connaît 4 et Nathalie 3. Si aucune de ces trois listes de noms n'est contenue dans une autre, combien y a-t-il de membres du jury au minimum ?

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 9 (E) 10

16. Quel est le plus grand nombre de sommets d'un cube tels que deux d'entre eux ne sont jamais dans une même face ?

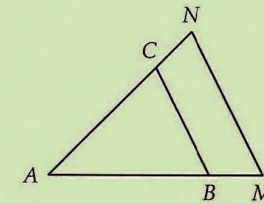
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

17. *Sans réponse préformulée* — Quelle est l'aire du parallélogramme $ABCD$ si dans un repère orthonormé $A = (-1,1)$, $B = (3, -1)$, $D = (2,4)$?

18. Julia sait que 1 To (téraoctet) = 10^{12} octets et que 1 Go (gigaoctet) = 10^9 octets. Elle partitionne un disque dur de 1,5 To en volumes de 60 Go chacun. Combien a-t-elle de volumes ?

- (A) 25 (B) 250 (C) 1000 (D) $2,5 \times 10^{19}$ (E) 4×10^{22}

19. *Sans réponse préformulée* — Dans la figure imprécise ci-dessous, les droites BC et MN sont parallèles. Les longueurs satisfont $|AM| = 74$ cm, $|AB| = 32$ cm et $|CN| = 21$ cm. Quelle est, en centimètres, la mesure de $|AC|$?



20. Dans une école, les élèves peuvent pratiquer deux sports : du football et du basket. Un cinquième des élèves qui jouent au football jouent aussi au basket et un septième de ceux qui jouent au basket jouent aussi au football. Si 110 élèves pratiquent un seul de ces sports, combien pratiquent les deux ?

- (A) 10 (B) 35 (C) 55 (D) 90 (E) Une autre valeur

21. Une troupe scout de moins de 40 personnes se répartit équitablement un maximum de caramels d'un paquet de 229 caramels. Il en reste alors 19 dans le paquet, qui ne peuvent être répartis équitablement. Si cette même troupe s'était réparti équitablement un paquet de 474 caramels, il en serait resté 12 dans le paquet. Combien y a-t-il de personnes dans la troupe ?

- (A) 21 (B) 22 (C) 28 (D) 30 (E) 35

22. *Sans réponse préformulée* — La division de 2022 par un naturel d donne un quotient égal à $d + 1$ et un reste égal à $d - 2$. Quel est ce diviseur d ?

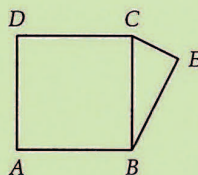
23. Dans le rectangle $ABCD$, $|AB| = 60$. Le point M est milieu de $[AB]$. Le point N est sur $[AD]$ avec $|AN| = 20$. Quelle est la longueur de $[AD]$ si le triangle MNC est rectangle en N ?

- (A) 70 (B) 90 (C) 110 (D) 120 (E) Une autre valeur

24. Sur la surface d'une sphère, un *grand cercle* est un cercle de même rayon que la sphère. Rémi la fourmi se promène sur un ballon sphérique. Après avoir parcouru un quart de grand cercle, il tourne de 90° vers sa droite. Il parcourt à nouveau un quart de grand cercle puis tourne de 90° vers sa droite. Lorsqu'il revient à son point de départ, la distance qu'il a parcourue en tout vaut la longueur

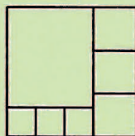
- (A) D'un demi grand cercle ;
- (B) Des trois-quarts d'un grand cercle ;
- (C) D'un grand cercle ;
- (D) Des quatre-tiers d'un grand cercle.
- (E) Aucune des réponses précédentes

25. *Sans réponse préformulée* — Un pentagone se compose d'un carré $ABCD$ et d'un triangle BCE rectangle en E , comme sur la figure ci-contre. Les longueurs des côtés satisfont $|CE| = 6$ cm et $|EB| = 7$ cm. Quelle est, en centimètres carrés, l'aire du pentagone $ABECD$?



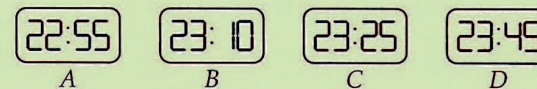
26. Un grand carré a été partagé en six petits carrés et un rectangle d'aire 168 cm². Quelle est, en centimètres carrés, l'aire du grand carré ?

- (A) 289
- (B) 324
- (C) 361
- (D) 400
- (E) 441



27. *Sans réponse préformulée* — J'ai oublié le code qui ouvre mon casier de gymnastique ; c'est un nombre à deux chiffres. Je me souviens que si j'augmente ce nombre de 5, son carré augmente de 185. Quel est le nombre de mon code ?

28. L'une de ces quatre horloges indique une heure fixe, une deuxième indique l'heure exacte, une troisième retarde de 3 minutes chaque heure et une quatrième avance de 2 minutes chaque heure. Sachant que les trois horloges qui fonctionnent ont été simultanément mises à l'heure exacte le jour même, quelle est l'horloge qui indique une heure fixe ?



- (A) L'horloge A
- (B) L'horloge B
- (C) L'horloge C
- (D) L'horloge D
- (E) Il est impossible de conclure.

29. Olivier peint un grand cube sur toutes ses faces. Puis il opère 24 coupes à l'aide d'une scie, de manière à diviser (entièrement) le grand cube en petits cubes ayant tous la même dimension. Bien sûr, il ne déplace aucun morceau avant d'avoir achevé la découpe. Combien obtient-il de petits cubes ayant au moins une face peinte ?

- (A) 26
- (B) 82
- (C) 217
- (D) 360
- (E) 386

30. *Sans réponse préformulée* — Soit quatre cercles du plan, de même rayon. La figure formée par ces quatre cercles est d'un seul tenant et sans paire de cercles tangents. Quel est le nombre minimum de points d'intersection de ces cercles entre eux ?