

8. De l'eau coule à débit constant dans un vase conique sans pied, posé sur sa pointe, dont la hauteur vaut 20 cm et le rayon de l'ouverture 10 cm. Si l'eau a mis 3 min pour atteindre la moitié de la hauteur, combien de temps lui faudra-t-il encore pour atteindre le bord ?

(A) 4,5 min (B) 6 min (C) 12 min (D) 21 min (E) 24 min



9. *Sans réponse préformulée* — Dans un octaèdre régulier, combien y a-t-il de paires d'arêtes parallèles ?

10. Un rectangle de 2010 cm sur 2012 cm est recouvert d'un quadrillage dont la maille mesure 1 cm. Par combien d'intersections de lignes du quadrillage (bord compris) passe une diagonale de ce rectangle ?

(A) 2 (B) 3 (C) 500 (D) 1005 (E) 1006

11. Parmi les cinq nombres

$$12\,345\,678\,900\,987\,654\,321 \quad 234\,567\,890\,098\,765\,432$$

$$\frac{3\,456\,789\,009\,876\,543}{3}, \frac{6\,789\,009\,876}{6} \text{ et } \frac{34\,567\,890\,098}{8},$$

combien sont des entiers ?

(A) Aucun (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

12. *Sans réponse préformulée* — Un nombre *palindrome* est un nombre naturel qui conserve la même valeur lorsqu'il est lu de droite à gauche, comme par exemple 66 ou 2442. Combien existe-t-il de nombres palindromes dans l'intervalle  $[17; 1000]$  ?

$$13. 2^{2012} - 2^{2011} - 2^{2010} =$$

(A)  $2 - 2009$  (B) 2 (C)  $2^{2010}$  (D)  $3 \times 2^{2010}$  (E)  $2^{2011}$

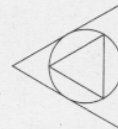
14. *Sans réponse préformulée* — Anne achète une paire de chaussures avec 30 % de son argent de poche puis un foulard avec 20 % du restant. Il lui reste alors 84 €. Combien avait-elle reçu d'argent de poche (en euros) ?

15. Si  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des réels non nuls tels que  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 4$  et  $\frac{1}{abc} = 2$ , que vaut  $ab + bc + ca$  ?

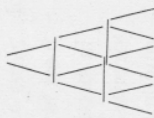
(A)  $1/8$  (B)  $1/2$  (C) 2 (D) 8

- (E) Les données sont insuffisantes pour le déterminer.

16. *Sans réponse préformulée* — Deux triangles équilatéraux sont l'un inscrit et l'autre circonscrit à un même cercle. Que vaut le rapport de l'aire du triangle circonscrit à celle du triangle inscrit ?



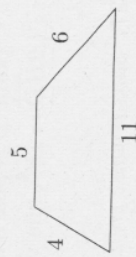
17. *Sans réponse préformulée* — Si 10 jeux complets de 52 cartes sont disponibles, combien d'étages complets, au maximum, pourra compter un château de cartes construit selon le schéma ci-contre ?



18. Par un point  $P$  distant de 15 du centre d'un cercle de rayon 9, on mène les tangentes au cercle. Quel est le rayon du cercle inscrit entre ces deux droites et le cercle initial ?

(A) 2 (B)  $9/4$  (C)  $8/3$  (D)  $12/5$  (E)  $5/2$

19. *Sans réponse préformulée* — Une bouteille pleine de jus de fruit coute 3 €, verre compris ; la bouteille consignée est reprise pour 0,25 €. Avec 311 bouteilles vides, Mathieu achète des bouteilles pleines qui, après avoir été bues, sont à nouveau échangées, jusqu'à ce que le procédé s'épuise faute d'un nombre suffisant de bouteilles vides et d'euros. Combien de bouteilles de jus Mathieu aura-t-il pu boire en fin de compte ?



20. Que vaut l'aire d'un trapèze dont les côtés mesurent respectivement 4, 5, 6 et 11, comme l'indique le schéma ci-contre ?

(A) 80 (B) 40 (C)  $\frac{64\sqrt{2}}{3}$  (D)  $19\sqrt{2}$  (E)  $\frac{64\sqrt{2}}{9}$

21. Si  $ABCD$  est un carré, l'application successive des symétries centrales par rapport aux points  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  équivaut à

- (A) La symétrie centrale par rapport au centre du carré ;  
 (B) La translation de vecteur  $\overrightarrow{AC}$  ;  
 (C) La translation de vecteur  $\overrightarrow{DA}$  ;  
 (D) La translation de vecteur  $\overrightarrow{AD}$  ;  
 (E) La transformation identique.

22. Un triangle équilatéral et un hexagone régulier ont la même aire. Que vaut le rapport  $P_{\text{tri}}/P_{\text{hex}}$  de leurs périmètres ?

(A) 1 (B)  $3/2$  (C)  $2/3$  (D)  $\sqrt{6}/3$  (E)  $\sqrt{6}/2$

23. Si un nombre naturel non nul possède  $d$  diviseurs, combien de diviseurs possède son carré ?

(A)  $d^2$  (B)  $2d$  (C)  $2d - 1$

(D)  $f(d)$ , pour une fonction  $f$  autre que les précédentes

(E) Ce nombre n'est pas toujours déterminé par  $d$ .

28. *Sans réponse préformulée* — Sachant que 101, 103 et 107 sont premiers, quel est le nombre de diviseurs de  $101 \times 103 \times 107$  ?

	$a$	$b$
$c$	$P = 2$	$P = 5$
$d$	$P = 6$	$P = ?$

29. *Sans réponse préformulée* — Le rectangle de  $a + b$  sur  $c + d$  est partagé en quatre rectangles : de  $a$  sur  $c$  de périmètre 2, de  $b$  sur  $c$  de périmètre 5, de  $a$  sur  $d$  de périmètre 6. Que vaut le périmètre du rectangle de  $b$  sur  $d$  ?

30. La plus grande puissance de 2 divisant  $x$  est  $2^{14}$  ; la plus grande puissance de 2 divisant  $y$  est  $2^{16}$ . Quelle est la plus grande puissance de 2 divisant  $\text{PGCD}(x, y) \cdot \text{PPCM}(x, y)$  ?

- (A)  $2^0$  (B)  $2^{14}$  (C)  $2^{15}$  (D)  $2^{16}$  (E)  $2^{30}$

1. Que vaut  $(1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - 10)(10 - 9 + 8 - 7 + 6 - 5 + 4 - 3 + 2 - 1)$  ?

- (A) -25 (B) -16 (C) 0 (D) 16 (E) 25

2. Soit un rectangle  $ABCD$  et  $E$  un point de  $[CD]$ . Si l'aire du trapèze  $ABCE$  vaut cinq fois l'aire du triangle  $ADE$ , que vaut le rapport  $|DC|/|DE|$  ?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

3. *Sans réponse préformulée* — Que vaut  $24/2 \times 3 + 42/7 \times 3$  ?

4.  $(62 - 36)(62 - 36) + (36 - 62)(36 - 62)(36 - 62) =$

- (A)  $52^3$  (B)  $2 \times 26^3$  (C)  $26^3$  (D) 0 (E)  $-2 \times 26^3$

5. Combien d'entiers compris entre 32 et 395 sont divisibles par 6 ?

- (A) 57 (B) 58 (C) 59 (D) 60 (E) 61

6. *Sans réponse préformulée* — Que vaut  $\frac{22}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{5}}}$  ?

7. Mathilde a récolté 180 kg de cerises. Elle partage sa récolte en trois lots. Le premier représente les  $4/9$  de sa récolte et le deuxième les  $9/20$  du reste. Quel est le poids du troisième lot ?

- (A) 19 kg (B) 45 kg (C) 55 kg (D) 80 kg (E) 85 kg

8. *Sans réponse préformulée* — Un cercle de centre  $C$  et un cercle de centre  $D$  se coupent en deux points distincts  $M$  et  $P$ . Parmi les affirmations suivantes, combien sont toujours vraies ?

- $CD$  est médiatrice de  $[MP]$  ;
- $MP$  est médiatrice de  $[CD]$  ;
- $|CM| = |MD|$  ;
- $|CM| = |CP|$  ;
- $CMDP$  est un losange.

9. Laquelle des cinq affirmations suivantes est fautive ?

- (A) La différence de deux nombres entiers est toujours un nombre entier.  
 (B) La somme de deux nombres naturels est toujours un nombre naturel.  
 (C) La somme de deux nombres entiers est toujours un nombre entier.  
 (D) La somme de deux nombres premiers est toujours un nombre premier.  
 (E) Le produit de deux nombres naturels est toujours un nombre naturel.

Les participants sélectionnés pour la finale recevront par l'intermédiaire de leur école une fiche qu'ils devront compléter. Le jour de la finale, ils se muniront de cette fiche ainsi que de leur carte d'identité.