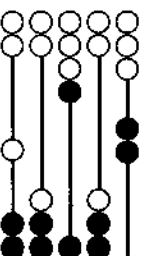


# OMB

**OLYMPIADE  
MATHÉMATIQUE BELGE**



**Trente-huitième Olympiade Mathématique Belge**  
*Organisée par la Société Belge des Professeurs de Mathématique*

**Mini demi-finale 2013**

## INSTRUCTIONS

1. N'ouvrez pas ce livret avant le signal de votre professeur.
2. Vous indiquerez vos réponses au verso de cette page.
3. Ce questionnaire contient 30 questions ; répondez à 5 questions au moins.
4. Dix-huit questions sont à choix multiple. Chacune est suivie de réponses désignées par **(A)**, **(B)**, **(C)**, **(D)** et **(E)**. Chaque question possède une seule réponse correcte. Décidez quelle est la réponse correcte parmi les cinq proposées et retenir la lettre majuscule correspondante. Sur la feuille réponse, écrivez cette lettre dans le cercle situé à droite du numéro de la question.  
**EXEMPLE** : si vous estimez que la réponse correcte à la question numéro 17 est celle précédée de la lettre **(D)**, vous écrivez **D** sur la feuille réponse, à droite du numéro 17, dans le cercle.
5. Douze questions sont sans réponses préformulées. Dans ce cas, la réponse correcte est un nombre entier dans [0;999]. C'est ce nombre que vous écrivez dans la case rectangulaire de la feuille réponse.
6. **RÈGLES DE COTATION** : Vous recevez 5 points par réponse correcte, 2 points par abstention et 0 point par réponse fautive. Avec ce système, deviner fera en moyenne diminuer votre score. Vous n'avez intérêt à deviner que si vous avez au moins une chance sur deux de bien choisir.
7. Reportez les réponses au fur et à mesure que vous les obtenez. Écrivez au crayon (si vous changez d'avis, gomez la réponse). Du papier de brouillon, du papier millimétré, une règle, un compas, une gomme peuvent être utilisés. Les calculatrices et règles à calcul ne sont pas autorisées, de même que les livres et les notes personnelles.
8. Au signal de votre professeur, détachez la feuille de couverture sans déchirer le questionnaire, retournez-la, couvrez-en les questions, puis inscrivez les informations demandées.
9. Quand votre professeur vous l'indiquera, commencez le travail sur les problèmes. Vous disposez de 90 minutes.

**Mercredi 27 février 2013**

**A REMPLIR PAR L'ÉLÈVE (en majuscules)**

Nom :

Prénom :

Classe :

Adresse privée

Rue et n° :

Code postal et localité :

École

Nom (sans abréviations) :

Adresse

Rue et n° :

Code postal et localité :

**CADRE RÉSERVÉ AU PROFESSEUR**

Chaque réponse correcte a une valeur de 5 points et chaque abstention a une valeur de 2 points ; rien n'est déduit pour une réponse fautive. Le score total est calculé en prenant 5 fois le nombre de réponses correctes et en ajoutant 2 fois le nombre d'abstentions.

Réponses correctes :

× 5 =

+

Abstentions :

× 2 =

Score total :

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8
- 9
- 10
- 11
- 12
- 13
- 14
- 15
- 16
- 17
- 18
- 19
- 20
- 21
- 22
- 23
- 24
- 25
- 26
- 27
- 28
- 29
- 30

27. Quel est le nombre de chiffres du plus petit multiple non nul de 175 formé uniquement des chiffres 0 et 1 ?

- (A) 6 (B) 7 (C) 11 (D) 12  
(E) Un nombre strictement supérieur à 12

28. Quel est le plus petit nombre naturel ayant exactement 18 diviseurs ?

- (A) 120 (B) 288 (C) 300 (D) 450 (E) Une autre réponse

29. Sur une étagère, un libraire a rangé 31 livres, de gauche à droite, par ordre de prix croissants. L'écart entre les prix de deux livres voisins est chaque fois de deux euros. Pour le livre situé à l'extrémité droite, un acheteur paiera le même prix que pour le livre du milieu et l'un de ses voisins. Dans ces conditions,

- (A) Le voisin en question est le voisin de gauche ;  
(B) Le livre du milieu coûte 36 euros ;  
(C) Le livre le moins cher coûte 4 euros ;  
(D) Le livre le plus cher coûte 64 euros ;  
(E) Aucune des affirmations précédentes n'est correcte.

30. De combien de manières différentes un rectangle  $12 \times 1$  peut-il être pavé par des rectangles de tailles  $2 \times 1$  ou  $3 \times 1$  ? (Un nombre suffisant de rectangles de chacun des deux types est disponible.)

- (A) 3 (B) 5 (C) 9 (D) 11 (E) 12

Les participants sélectionnés pour la finale recevront par l'intermédiaire de leur école une fiche qu'ils devront compléter. Le jour de la finale, ils se muniront de cette fiche ainsi que de leur carte d'identité.

1. Sans réponse préformulée — Dans le plan, combien un hexagone régulier possède-t-il d'axes de symétrie ?

2. Sans réponse préformulée — Que vaut  $(1^2 + 2^2)(3^2 + 4^2) - (1 \times 3 + 2 \times 4)^2$  ?

3. Si l'aire d'un disque est de  $169\pi$  cm<sup>2</sup>, quelle est, en centimètres carrés, l'aire du carré circonscrit à ce disque ?

- (A) 169 (B) 169<sup>2</sup> (C)  $169^2/4$  (D) 676 (E)  $676\pi$



4. En 2013, le 18 juin est un mardi. Quel jour de la semaine tombera le 27 septembre 2013 ?

- (A) Lundi (B) Mardi (C) Mercredi (D) Jeudi (E) Vendredi

5. Sans réponse préformulée — La somme de deux nombres naturels est 266 et leur quotient est 13. Quel est le plus grand de ces deux nombres ?

6. Sans réponse préformulée — Un pré carré est partagé en cinq rectangles égaux par quatre clôtures parallèles entre elles et à deux des côtés du carré. Le périmètre de chacun de ces rectangles est de 336 m. Quelle est l'aire du carré, en ares ( $1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$ ) ?



7. Dans une assemblée d'hommes (à deux yeux) et de cyclopes (à un œil), on compte 15 yeux. Si le nombre de cyclopes est un multiple de 7, combien y a-t-il d'hommes ?

- (A) 0 (B) 4 (C) 8 (D) 14 (E) 15

8. Sans réponse préformulée — Un nombre de deux chiffres diminue de 27 quand on renverse l'ordre de ses chiffres. Si la somme de ses chiffres est 13, quel est le nombre de départ ?

9. Sans réponse préformulée — Chacun des naturels de 1 à 10 est multiplié par chacun des naturels de 1 à 10. Parmi les 100 produits obtenus, combien sont impairs ?

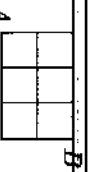
10.  $10^{180}/10^{30} =$

- (A)  $10^6$  (B)  $10^{18}$  (C)  $10^{30}$  (D)  $10^{150}$  (E)  $10^{210}$

11. Sachant qu'un nombre est un multiple de 10, augmenté de 7, quel est le reste de sa division par 5 ?

- (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 7 (E) Cela dépend du nombre.

12. Voici le plan d'un village. Quel est le nombre de plus courts chemins allant de  $A$  à  $B$  en suivant les rues représentées par les segments ?



- (A) 2 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 12

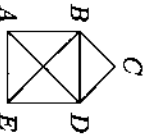
13. Sans réponse préformulée — Si  $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} = \frac{x}{16}$ , que vaut  $x$  ?

14. Si le prix d'une marchandise  $A$  est supérieur de 50 % à celui d'une marchandise  $B$ , de quel pourcentage le prix de la marchandise  $B$  est-il inférieur à celui de  $A$  ?
- (A) 75 % (B) 50 % (C) 33,33... % (D) 25 % (E) Les données sont insuffisantes pour déterminer la réponse.

15. Un grand seigneur voulut, avant de mourir, partager son vaste territoire de 2280 hectares entre ses trois fils, chacun recevant une part dont l'aire est proportionnelle à son âge : 13, 20 et 24 ans. Combien d'hectares reçut le plus jeune des frères ?

- (A) 520 (B) 760 (C) 800 (D) 960 (E) Une autre réponse

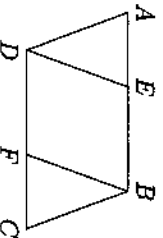
16. La figure ci-contre est dessinée sans lever le crayon ni repasser deux fois sur le même trait. Laquelle des affirmations suivantes est vraie ?



- (A) Le début et la fin du tracé sont en  $C$ .  
 (B) Le tracé commence en  $A$  et se termine en  $E$  ou inversement.  
 (C) Le tracé commence en  $B$  et se termine en  $D$  ou inversement.  
 (D) Le tracé commence en  $A$  et se termine en  $D$  ou inversement.  
 (E) Le tracé commence, au choix, en  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  ou  $E$ .

17. Sans réponse préformulée — Quel est le plus grand nombre naturel par lequel diviser 1268 et 1802 pour que les restes respectifs soient 8 et 17 ?

18. Sans réponse préformulée — Dans le parallélogramme  $ABCD$ ,  $|AB| = 144$ . Le point  $E$  est sur  $|AB|$  et  $F$  est son symétrique par rapport au centre du parallélogramme. Si la somme des aires des triangles  $ADE$  et  $CBF$  vaut la moitié de l'aire du parallélogramme  $BEDF$ , que vaut  $|AE|$  ?



19. Soixante et deux bouteilles identiques de jus. Avec 14 de ces bouteilles, elle remplit exactement 35 petits verres et avec les 8 bouteilles restantes, elle remplit exactement 12 grands verres. Quel est le rapport du volume d'un grand verre à celui d'un petit ?

- (A) 1 (B) 5/3 (C) 3/2 (D) 7/4 (E) 4/7

20. Si l'objet que j'ai sur la tête n'est pas un chapeau marron, alors cet objet, nécessairement,

- (A) Est un chapeau melon ; (D) N'est pas un chapeau et n'est pas marron ;  
 (B) N'est pas un chapeau ; (E) N'est pas un chapeau ou n'est pas marron.  
 (C) N'est pas marron ;

21. Sans réponse préformulée — Le terrain de Gisèle est un carré  $ABCD$  de côté 18 m. Elle le quadrille en carrés dont les côtés mesurent 2 m. Elle plante alors des chênes aux sommets de ces carrés qui ne sont pas situés sur le bord du terrain et dont la somme des distances aux côtés  $|AB|$  et  $|AD|$  vaut 14 m. Combien de chênes plante-t-elle ?

22. Que vaut l'angle des droites prolongeant les côtés  $|AB|$  et  $|DE|$  d'un pentagone régulier  $ABCDE$  ?

- (A) 30° (B) 32° (C) 35° (D) 36° (E) 40°

23. Sans réponse préformulée — Les nombres entiers  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  sont tels que  $a < 2b$ ,  $b < 3c$ ,  $c < 4d$  et  $d < 40$ . Quelle est la valeur maximale de  $a$  ?

24. Habituellement, certaines bouteilles de jus de fruit sont au même prix dans deux magasins. Lors d'une semaine de promotion, le premier magasin offre une sixième bouteille gratuite à l'achat de cinq bouteilles ; le second diminue d'un quart le prix d'une troisième bouteille à l'achat de deux bouteilles. Le prix à payer pour obtenir 12 bouteilles dans le deuxième magasin dépasse alors celui du premier magasin ; de quel pourcentage ?

- (A) 9 % (B) 9,0909... % (C) 10 % (D) 11 % (E) 16,6666... %

25. Sans réponse préformulée — Dans le triangle  $ABC$  isocèle en  $A$ , la bissectrice de l'angle  $B$  coupe  $AC$  en  $P$ . Si l'angle  $\widehat{BPC}$  vaut le double de l'angle  $A$ , que vaut celui-ci, en degrés ?

26. Sur un certain trajet, une voiture parcourt la moitié de la distance à la vitesse moyenne de 80 km/h et l'autre moitié à la vitesse moyenne de 20 km/h. Quelle est sa vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet ?

- (A) 100 km/h (B) 60 km/h (C) 50 km/h (D) 32 km/h (E) 30 km/h