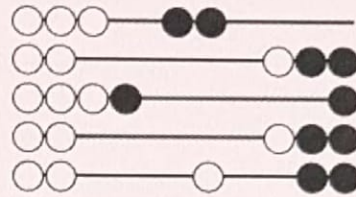




**OLYMPIADE
MATHEMATIQUE BELGE**



Quarante-troisième Olympiade Mathématique Belge

Organisée par la Société Belge des Professeurs de Mathématique

Mini demi-finale 2018

INSTRUCTIONS

1. N'ouvrez pas ce livret avant le signal de votre professeur.
2. Vous indiquerez vos réponses au verso de cette page.
3. Ce questionnaire contient 30 questions ; répondez à 5 questions au moins.
4. Quinze questions sont à choix multiple. Chacune est suivie de réponses désignées par **(A)**, **(B)**, **(C)**, **(D)** et **(E)**. Chaque question possède une seule réponse correcte. Décidez quelle est la réponse correcte parmi les cinq proposées et retenez la lettre majuscule correspondante. Sur la feuille réponse, écrivez cette lettre dans le cercle situé à droite du numéro de la question.
EXEMPLE : si vous estimez que la réponse correcte à la question numéro 17 est celle précédée de la lettre **(D)**, vous écrirez D sur la feuille réponse, à droite du numéro 17, dans le cercle.
5. Quinze questions sont sans réponses préformulées. Dans ce cas, la réponse correcte est un nombre entier dans $[0;999]$. C'est ce nombre que vous écrirez dans la case rectangulaire de la feuille réponse.
6. **RÈGLES DE COTATION** : Vous recevez 5 points par réponse correcte, 2 points par abstention et 0 point par réponse fausse. Avec ce système, deviner fera en moyenne diminuer votre score. Vous n'avez intérêt à deviner que si vous avez au moins une chance sur deux de bien choisir.
7. Reportez les réponses au fur et à mesure que vous les obtenez. Écrivez au crayon (si vous changez d'avis, gomez la réponse). Du papier de brouillon, du papier millimétré, une règle, un compas, une gomme peuvent être utilisés. Les calculatrices et règles à calcul ne sont pas autorisées, de même que les livres et les notes personnelles.
8. Au signal de votre professeur, détachez la feuille de couverture sans déchirer le questionnaire, retournez-la, couvrez-en les questions, puis inscrivez les informations demandées.
9. Quand votre professeur vous l'indiquera, commencez le travail sur les problèmes. Vous disposez de 90 minutes.

Mercredi 28 février 2018

1. $8^1 : 1^8 =$

- (A) 1; (B) 8; (C) 18; (D) $\frac{1}{8}$; (E) Une autre réponse

2. Un nombre de quatre chiffres est tel que :

- Son dernier chiffre (celui des unités) est la moitié de son troisième chiffre;
- Son troisième chiffre est la moitié de son deuxième;
- Son deuxième chiffre est la moitié de son premier;
- La somme de ses quatre chiffres est 15.

Quel est ce nombre ?

- (A) 1248 (B) 1842 (C) 2148 (D) 8412 (E) 8421

3. Les nombres a, b, c, d et e vérifient les équations :

$$a \cdot 2c \cdot e = 1, \quad b \cdot 2c \cdot d = 1, \quad c \cdot 2d \cdot e = 1.$$

Laquelle des égalités suivantes s'en déduit ?

- (A) $a = b$ (B) $a = e$ (C) $b = d$ (D) $b = e$ (E) $d = e$

4. Les âges de trois amis sont trois nombres entiers impairs consécutifs. Si a désigne l'âge du plus jeune d'entre eux, de quelle manière s'exprime la somme de leurs âges ?

- (A) $a(a+1)(a+2)$ (B) $3(a+2)$ (C) $3(a+1)$ (D) $3(a+1)+1$
(E) Aucune des réponses précédentes

5. Une hausse de 10 % suivie d'une baisse de 15 % équivaut à

- (A) Une baisse de 6,5 %; (D) Une baisse de 4,5 %;
(B) Une baisse de 5,5 %; (E) Une baisse de 2,5 %.
(C) Une baisse de 5 %;

6. Si $4x + 4 = y^2$, alors $x =$

- (A) $\frac{y^2}{4} - 4$; (B) $y^2 - 8$; (C) $y^2 - 4$; (D) $\frac{(y-2)(y+2)}{4}$; (E) $\frac{y^2+4}{4}$.

7. Sans réponse préformulée — Combien y a-t-il de nombres carrés parfaits strictement compris entre 5^4 et 4^5 ?

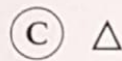
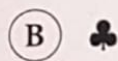
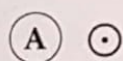
8. *Sans réponse préformulée* — Un panneau publicitaire rectangulaire mesure 9 m sur 16 m. En son centre, une zone carrée est destinée à contenir une annonce. La bordure qui entoure cette zone doit avoir une largeur d'au moins 1,5 m. Quelle est, au maximum, l'aire disponible pour l'annonce (en mètres carrés) ?

9. *Sans réponse préformulée* — Quel nombre donne le même résultat s'il est multiplié par $\frac{999}{998}$ ou si $\frac{999}{998}$ lui est ajouté ?

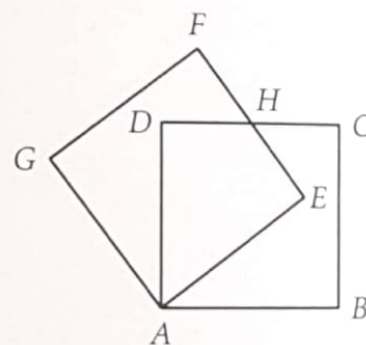
10. Dans la frise illimitée vers la droite



les cinq mêmes figures sont répétées indéfiniment, toujours dans le même ordre. Quelle est la 2018^e figure de cette frise ?



11. *Sans réponse préformulée* — Dans la figure de droite, $ABCD$ et $AEFG$ sont deux carrés dont les côtés sont de longueur 8 ; H est le milieu de $[CD]$ et de $[EF]$. Quelle est l'aire de l'hexagone $ABCHFG$?



12. $(1 + a^2)(1 - a^3) =$

(A) $1 + a^2 - a^3 - a^6$

(D) $1 + a^2 - a^3$

(B) $1 + a^2 - a^3 + a^6$

(E) $1 - a^6$

(C) $1 + a^2 - a^3 - a^5$

13. *Sans réponse préformulée* — Si 1 est solution de l'équation $x^2 - mx + 6 = 0$, d'inconnue x , que vaut le paramètre m ?

14. Une droite ne coupe jamais un parallélogramme en :

(A) Deux triangles ;

(D) Deux trapèzes non parallélogrammes ;

(B) Deux parallélogrammes ;

(C) Un triangle et un pentagone ;

(E) Un triangle et un parallélogramme.

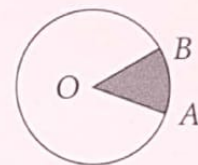
15. Un dé parfaitement équilibré porte sur ses faces les nombres 1, 1, 1, 2, 3 et 3. Quelles sont les chances d'obtenir un nombre impair en jetant une fois ce dé ?

- (A) 1 chance sur 6
 (B) 1 chance sur 3
 (C) 1 chance sur 2

- (D) 2 chances sur 3
 (E) 5 chances sur 6

16. *Sans réponse préformulée* — La somme de deux nombres naturels est 11. Quelle est la valeur maximale de leur produit ?

17. *Sans réponse préformulée* — L'aire du secteur ombré représente 15 % de l'aire du disque de centre O . Quelle est, en degrés, l'amplitude de l'angle \widehat{AOB} ?



18. Si $\frac{1}{x} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5}$, alors $x =$

- (A) $\frac{1}{10}$; (B) $\frac{1}{7}$; (C) $\frac{7}{10}$; (D) $\frac{10}{7}$; (E) 7.

19. Un triangle a ses trois sommets sur un demi-cercle de rayon r . Quelle est, au maximum, l'aire de ce triangle ?

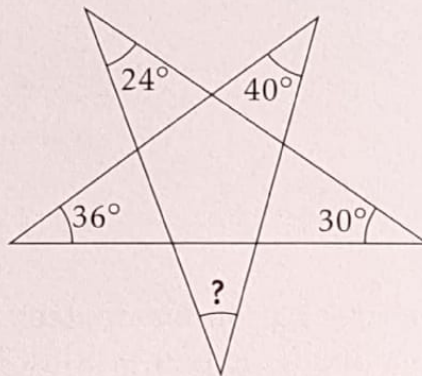
- (A) $\frac{1}{2}r^2$ (B) r^2 (C) $\frac{\pi}{2}r^2$ (D) $2r^2$ (E) πr^2

20. *Sans réponse préformulée* — Un nombre premier p est dit *nombre premier de Sophie Germain* lorsque $2p + 1$ est également premier. Quel est le 5^e nombre premier de Sophie Germain ?

21. *Sans réponse préformulée* — Outre les diagonales de ses faces, un cube a de grandes diagonales qui joignent deux sommets en passant par le centre du cube. Combien sont-elles ?

22. *Sans réponse préformulée* — Combien existe-t-il de couples (a, b) de naturels tels que $ab = 75$?

23. *Sans réponse préformulée* — Quatre des angles d'un pentagone étoilé mesurent 24° , 30° , 36° et 40° . Que mesure le cinquième, en degrés ?



24. *Sans réponse préformulée* — Il y a eu, à ce concert, 350 entrées à 40 € et 150 entrées à 30 €. Quel prix unique (en euros) aurait permis d'obtenir la même recette ?

25. Un nombre *gentil* est un naturel strictement supérieur à 1 qui est le produit de tous ses diviseurs différents de lui-même. Quelle est la somme des cinq plus petits nombres gentils ?

(A) 53 (B) 55 (C) 60 (D) 65 (E) 66

26. *Sans réponse préformulée* — Un cadeau en forme de prisme à base carrée est entouré, comme sur la figure ci-contre, d'un ruban de 68 cm, dont 20 cm pour le nœud de décoration. Sachant que la hauteur est le double du côté de la base, quel est, en centimètres cubes, le volume du cadeau ?



27. *Sans réponse préformulée* — Arthur a, dans un grand bidon, 3 L de dégivrant pour lave-glace dilué à 10 %. Il dispose, par ailleurs, de dégivrant dilué à 80 % ; combien de litres doit-il en verser dans le grand bidon pour obtenir un mélange dilué à 50 % ?

28. Si un plan parallèle à une arête coupe un cube, la section est toujours

(A) Un carré ; (D) Un parallélogramme qui n'est pas un rectangle ;
(B) Un rectangle ;
(C) Un hexagone ; (E) Un trapèze qui n'est pas un parallélogramme.

29. *Sans réponse préformulée* — Loubna a maintenant un sixième de l'âge de Chloé. Dans huit ans, elle aura la moitié de l'âge de Chloé. Quel âge a Chloé maintenant (en années)?

30. $\frac{8^{16} + 8^{16}}{2^{16} \times 4^{16}} =$

(A) 2;

(B) 4;

(C) 2^{16} ;

(D) 4^{16} ;

(E) 8^{16} .

Les participants sélectionnés pour la finale recevront par l'intermédiaire de leur école une fiche qu'ils devront compléter. Le jour de la finale, ils se muniront de cette fiche ainsi que de leur carte d'identité.

OLYMPIADE MATHÉMATIQUE BELGE

Mini demi-finale 2018

Grille des réponses

Voici les réponses du questionnaire de la Mini demi-finale 2018 (élèves de 1^e et 2^e).

Utiliser le signe \surd pour une réponse correcte, une croix \times pour une réponse fautive et un cercle \circ pour une abstention.

Introduire, dans la case réservée à cet effet sur la feuille de l'élève, le nombre de **réponses correctes** et le nombre d'**abstentions**. Les réponses fausses ne sont pas reportées.

Calculer le score de l'élève en utilisant la formule indiquée sur la feuille de l'élève.

- 1 B
- 2 E
- 3 D
- 4 B
- 5 A
- 6 D
- 7
- 8
- 9
- 10 C
- 11
- 12 C
- 13
- 14 E
- 15 E
- 16
- 17
- 18 D
- 19 B
- 20
- 21
- 22
- 23
- 24
- 25 A
- 26
- 27
- 28 B
- 29
- 30 A