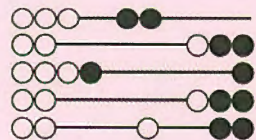




**OLYMPIADE
MATHÉMATIQUE BELGE**



Quarante-quatrième Olympiade Mathématique Belge

Organisée par la Société Belge des Professeurs de Mathématique

Mini demi-finale 2019

INSTRUCTIONS

- N'ouvrez pas ce livret avant le signal de votre professeur.
- Vous indiquerez vos réponses au verso de cette page.
- Ce questionnaire contient 30 questions ; répondez à 5 questions au moins.
- Quinze questions sont à choix multiple. Chacune est suivie de réponses désignées par (A), (B), (C), (D) et (E). Chaque question possède une seule réponse correcte. Décidez quelle est la réponse correcte parmi les cinq proposées et retenez la lettre majuscule correspondante. Sur la feuille réponse, écrivez cette lettre dans le cercle situé à droite du numéro de la question.
EXEMPLE : si vous estimez que la réponse correcte à la question numéro 17 est celle précédée de la lettre (D), vous écrirez D sur la feuille réponse, à droite du numéro 17, dans le cercle.
- Quinze questions sont sans réponses préformulées. Dans ce cas, la réponse correcte est un nombre entier dans [0;999]. C'est ce nombre que vous écrirez dans la case rectangulaire de la feuille réponse.
- RÈGLES DE COTATION : Vous recevez 5 points par réponse correcte, 2 points par abstention et 0 point par réponse fausse. Avec ce système, deviner fera en moyenne diminuer votre score. Vous n'avez intérêt à deviner que si vous avez au moins une chance sur deux de bien choisir.
- Reportez les réponses au fur et à mesure que vous les obtenez. Écrivez au crayon (si vous changez d'avis, gomez la réponse). Du papier de brouillon, du papier millimétré, une règle, un compas, une gomme peuvent être utilisés. Les calculatrices et règles à calcul ne sont pas autorisées, de même que les livres et les notes personnelles.
- Au signal de votre professeur, détachez la feuille de couverture sans déchirer le questionnaire, retournez-la, couvrez-en les questions, puis inscrivez les informations demandées.
- Quand votre professeur vous l'indiquera, commencez le travail sur les problèmes. Vous disposez de 90 minutes.

Mercredi 27 février 2019

À REMPLIR PAR L'ÉLÈVE (en majuscules)

Nom :

Prénom :

Classe :

Adresse privée

Rue et n° :

Code postal et localité :

École

Nom (sans abréviations) :

Adresse

Rue et n° :

Code postal et localité :

CADRE RÉSERVÉ AU PROFESSEUR

Chaque réponse correcte a une valeur de 5 points et chaque abstention a une valeur de 2 points ; rien n'est déduit pour une réponse fausse. Le score total est calculé en prenant 5 fois le nombre de réponses correctes et en ajoutant 2 fois le nombre d'abstentions.

Réponses correctes : × 5 =

Abstentions : × 2 =

Score total :

1	<input type="radio"/>
2	<input type="text"/>
3	<input type="radio"/>
4	<input type="text"/>
5	<input type="text"/>
6	<input type="text"/>
7	<input type="radio"/>
8	<input type="text"/>
9	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>
11	<input type="text"/>
12	<input type="radio"/>
13	<input type="text"/>
14	<input type="radio"/>
15	<input type="text"/>
16	<input type="text"/>
17	<input type="text"/>
18	<input type="text"/>
19	<input type="text"/>
20	<input type="radio"/>
21	<input type="radio"/>
22	<input type="text"/>
23	<input type="text"/>
24	<input type="text"/>
25	<input type="radio"/>
26	<input type="radio"/>
27	<input type="radio"/>
28	<input type="radio"/>
29	<input type="radio"/>
30	<input type="radio"/>

1. Lorsque $x = -6$, quel est le plus grand des nombres suivants ?

- (A) $-7x$ (B) $-6x^2$ (C) $\frac{72}{x^2}$ (D) x^2 (E) 1

2. *Sans réponse préformulée* — La somme de trois nombres naturels consécutifs vaut 24. Que vaut leur produit ?

3. Le périmètre d'un rectangle est égal à 50 cm. Si l'un de ses côtés mesure 7 cm, que mesure, en centimètres carrés, l'aire de ce rectangle ?

- (A) 125 (B) 126 (C) 252 (D) 301 (E) Une autre valeur

4. *Sans réponse préformulée* — Une équipe marque à la 66^e seconde d'un match de football. Combien de minutes entières lui reste-t-il alors à jouer en tout avant la fin règlementaire du match (se déroulant en deux mi-temps de 45 minutes) ?

5. *Sans réponse préformulée* — Quelle est la somme des trois derniers chiffres (à droite) de $20 \times 2019 - 19 \times 2020$?

6. *Sans réponse préformulée* — Un grand carré est coupé en quatre petits carrés par ses médianes. Si le périmètre de chaque petit carré mesure 28 cm, que mesure, en centimètres carrés, l'aire du grand carré ?

7. Si le cerveau d'une personne de 53 kg représente 2% de sa masse corporelle, quelle est, en grammes, la masse de ce cerveau ?

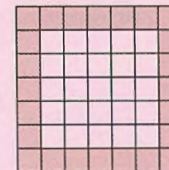
- (A) 1,06 (B) 106 (C) 265 (D) 1060 (E) 2650

8. *Sans réponse préformulée* — Que vaut $11+22+33+44+55+66+77+88+99$?

9. Si le 4 octobre est un mardi, quel jour de la semaine sera le 4 décembre de la même année ?

- (A) Lundi (B) Jeudi (C) Vendredi (D) Samedi (E) Dimanche

10. Voici un grand carré divisé en petits carrés. Ceux du bord sont grisés. Pour un grand carré qui compte n petits carrés par côté, parmi les expressions suivantes, laquelle exprime le nombre de carrés gris ?



- (A) $n^2 - 25$ (D) $n + 17$
(B) $4n$ (E) $4(n - 1)$
(C) $4n - 1$

11. *Sans réponse préformulée* — Vingt garçons participent à la fête du carnaval. Neuf d'entre eux sont habillés en fantômes. Mais au total douze participants sont habillés en fantômes. Cinq participants ne sont ni des garçons ni habillés en fantômes. Combien y a-t-il de participants ?

12. Que vaut la somme de $\frac{3}{10}$ et $\frac{7}{8}$?

- (A) 0,825 (B) 1,175 (C) 1,75 (D) $\frac{10}{18}$ (E) $\frac{47}{20}$

13. *Sans réponse préformulée* — L'octogone ci-contre a ses sommets aux tiers des côtés du carré. Si le côté du carré mesure 18 cm, que mesure, en centimètres carrés, l'aire de l'octogone ?

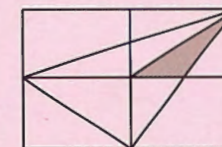


14. Que vaut $3 \times 1111 + 2 \times 10011 + 1 \times 100101$?

- (A) 123456 (B) 123546 (C) 132546 (D) 142356 (E) 143256

15. *Sans réponse préformulée* — Que vaut $\left(5 + \frac{1}{5}\right)^2 - \left(5 - \frac{1}{5}\right)^2$?

16. *Sans réponse préformulée* — Dans la figure ci-contre, le grand rectangle est partagé en quatre par ses médianes, puis les segments obliques sont tracés. Si l'aire du triangle ombré est de 1 cm^2 , quelle est, en centimètres carrés, l'aire du grand rectangle ?



17. *Sans réponse préformulée* — Le nombre 1729 peut s'écrire comme la somme des cubes de deux nombres naturels : $10^3 + 9^3$. Il existe une autre manière de l'exprimer comme la somme des cubes de deux nombres naturels. Quel est le plus grand de ces deux nombres ?

18. *Sans réponse préformulée* — Trois points A , B et C sont alignés dans cet ordre et D est hors de la droite AB . Le triangle ABD est isocèle en A et le triangle BCD est isocèle en B . Si $\widehat{BAD} = \widehat{BCD}$, quelle est leur mesure commune (en degrés) ?

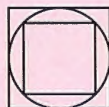
19. *Sans réponse préformulée* — Combien les nombres 288 et 324 ont-ils de diviseurs positifs communs ?

20. Sur un réveil numérique, les heures (affichées avec un ou deux chiffres) sont séparées des minutes (toujours affichées avec deux chiffres) par deux points : à 7 h 08 il est affiché 7:08 et à 15 h 30, 15:30. Il arrive que l'indication de l'heure ne comprenne qu'un seul et même chiffre répété plusieurs fois ; c'est le cas à minuit (0:00) ou à 1 h 11 (1:11). Combien de fois cela se présente-t-il sur une journée de 24 heures ?

- (A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 24

21. Deux carrés sont l'un circonscrit et l'autre inscrit à un cercle. Que vaut le rapport de l'aire du grand carré à celle du petit ?

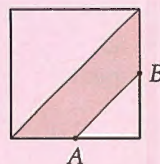
- (A) π (B) 2 (C) $\pi/2$ (D) $3/2$ (E) $\sqrt{2}$



22. *Sans réponse préformulée* — Que vaut x si $2y = 3^x$ et si $y = \frac{81}{2}$?

23. *Sans réponse préformulée* — Quelle est la plus petite valeur pour le produit de deux nombres premiers distincts ?

24. *Sans réponse préformulée* — Si le périmètre du carré figuré ci-contre vaut 96 cm, et si les points A et B sont des milieux de côtés, que mesure, en centimètres carrés, l'aire de la surface grisée ?



25. Lors des soldes, le prix d'un article a été diminué, deux fois successivement, de 50 %. Quelle hausse le ramènerait à son prix initial ?

- (A) Une hausse de 50 % (D) Une hausse de 250 %
 (B) Une hausse de 100 % (E) Une hausse de 300 %
 (C) Une hausse de 200 %

26. Les deux nombres 10101010 et 1010101 sont formés respectivement de 8 et 7 chiffres. Que vaut leur différence ?

- (A) 1999999 (B) 8080809 (C) 8090909 (D) 9090909 (E) 9999999

27. Après un certain nombre de parties,

- Andrée doit 15 billes à Benoit,
- Andrée doit 16 billes à Désiré,
- Benoit doit 12 billes à Charles,
- Benoit doit 3 billes à Désiré,
- Charles doit 4 billes à Andrée et
- Charles doit 8 billes à Désiré.

- (A) Toutes ces dettes seront payées si Andrée donne 3 billes à Désiré.
 (B) Toutes ces dettes seront payées si Andrée donne 5 billes à Désiré.
 (C) Toutes ces dettes seront payées si Andrée donne 16 billes à Désiré.
 (D) Toutes ces dettes seront payées si Andrée donne 27 billes à Désiré.
 (E) Il n'est pas possible de payer ces dettes par un seul transfert d'Andrée à Désiré.

28. Dans le triangle ABC , D est le milieu de $[AB]$, E celui de $[CD]$ et F celui de $[AE]$. L'aire du triangle ABC vaut 20. Dans ces conditions,

- (A) L'aire de ACE est différente de 5 ;
 (B) L'aire de BCE est différente de 5 ;
 (C) L'aire de BFE est différente de 5 ;
 (D) L'aire de ABF est différente de 5 ;
 (E) L'aire de chacun de ces quatre triangles vaut 5.

29. Soit un naturel $k \geq 2$. Si la somme de k nombres entiers successifs est -1 , que vaut la somme du plus grand et du plus petit de ces nombres ?

- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) k (E) $-k$

30. Si chaque domino couvre deux cases voisines, combien peut-on placer de dominos, au maximum, sur un échiquier 5×5 auquel il manque les 4 cases des coins ?

- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

Les participants sélectionnés pour la finale recevront par l'intermédiaire de leur école une fiche qu'ils devront compléter. Le jour de la finale, ils se muniront de cette fiche ainsi que de leur carte d'identité.