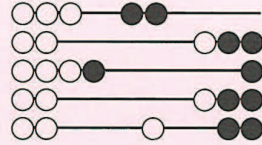




**OLYMPIADE
MATHÉMATIQUE BELGE**



Quarante-septième Olympiade Mathématique Belge

Organisée par la Société Belge des Professeurs de Mathématique

Mini demi-finale 2022

INSTRUCTIONS

- N'ouvrez pas ce livret avant le signal de votre professeur.
- Vous indiquerez vos réponses au verso de cette page.
- Ce questionnaire contient 30 questions ; répondez à 5 questions au moins.
- Quinze questions sont à choix multiple. Chacune est suivie de réponses désignées par (A), (B), (C), (D) et (E). Chaque question possède une seule réponse correcte. Décidez quelle est la réponse correcte parmi les cinq proposées et reprenez la lettre majuscule correspondante. Sur la feuille réponse, écrivez cette lettre dans le cercle situé à droite du numéro de la question.
EXEMPLE : si vous estimez que la réponse correcte à la question numéro 17 est celle précédée de la lettre (D), vous écrirez D sur la feuille réponse, à droite du numéro 17, dans le cercle.
- Quinze questions sont sans réponses préformulées. Dans ce cas, la réponse correcte est un nombre entier dans [0;999]. C'est ce nombre que vous écrirez dans la case rectangulaire de la feuille réponse.
- RÈGLES DE COTATION : Vous recevez 5 points par réponse correcte, 2 points par abstention et 0 point par réponse fausse. Avec ce système, deviner fera en moyenne diminuer votre score. Vous n'avez intérêt à deviner que si vous avez au moins une chance sur deux de bien choisir.
- Reportez les réponses au fur et à mesure que vous les obtenez. Écrivez au crayon (si vous changez d'avis, gomez la réponse). Du papier de brouillon, du papier millimétré, une règle, un compas, une gomme peuvent être utilisés. Les calculatrices et règles à calcul ne sont pas autorisées, de même que les livres et les notes personnelles.
- Au signal de votre professeur, détachez la feuille de couverture sans déchirer le questionnaire, retournez-la, couvrez-en les questions, puis inscrivez les informations demandées.
- Quand votre professeur vous l'indiquera, commencez le travail sur les problèmes. Vous disposez de 90 minutes.

Mercredi 16 mars 2022

À REMPLIR PAR L'ÉLÈVE (en majuscules)

Nom :

Prénom :

Classe :

Adresse privée

Rue et n° :

Code postal et localité :

École

Nom (sans abréviations) :

Adresse

Rue et n° :

Code postal et localité :

CADRE RÉSERVÉ AU PROFESSEUR

Chaque réponse correcte a une valeur de 5 points et chaque abstention a une valeur de 2 points ; rien n'est déduit pour une réponse fausse. Le score total est calculé en prenant 5 fois le nombre de réponses correctes et en ajoutant 2 fois le nombre d'abstentions.

Réponses correctes : × 5 =

Abstentions : × 2 =

Score total :

1	<input type="radio"/>
2	<input type="text"/>
3	<input type="text"/>
4	<input type="text"/>
5	<input type="text"/>
6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>
9	<input type="text"/>
10	<input type="radio"/>
11	<input type="text"/>
12	<input type="radio"/>
13	<input type="radio"/>
14	<input type="radio"/>
15	<input type="text"/>
16	<input type="radio"/>
17	<input type="radio"/>
18	<input type="text"/>
19	<input type="text"/>
20	<input type="radio"/>
21	<input type="text"/>
22	<input type="radio"/>
23	<input type="text"/>
24	<input type="radio"/>
25	<input type="text"/>
26	<input type="radio"/>
27	<input type="text"/>
28	<input type="text"/>
29	<input type="text"/>
30	<input type="radio"/>

1. Un trajet me prend à vélo 145 minutes, à trottinette 2 heures et 35 minutes, en gyropode 9000 secondes, en tricycle 2,5 heures et en kart le cinquième d'un demi-jour. Sur ce trajet, je suis donc le plus rapide :

- (A) À vélo; (D) En tricycle;
 (B) À trottinette; (E) En kart.
 (C) En gyropode;

2. Sans réponse préformulée — Si $\boxed{A} = A^3$ et $A \diamond B = 5A - 2B$, que vaut $\boxed{3} \diamond \boxed{2}$?

3. Sans réponse préformulée — Je dispose de deux types d'opérations : « ajouter 1 » et « multiplier par 3 ». En partant de zéro, combien d'opérations au minimum devrai-je effectuer pour arriver à 22 exactement ?

4. Sans réponse préformulée — Si j'ajoute 3 au numérateur d'une fraction, elle double; si j'ajoute 4 au dénominateur de la même fraction, elle est divisée par 2. Quelle est la somme du numérateur et du dénominateur de cette fraction ?

5. Sans réponse préformulée — Le parallélogramme $ABCD$ a une aire de 40. Les points M et N sont les milieux des côtés $[AB]$ et $[AD]$. Quelle est l'aire du quadrilatère $AMCN$?

6. Les dimensions extérieures d'un aquarium en forme de parallélépipède rectangle sont 80 cm en longueur, 32 cm en largeur et 45 cm en hauteur. Les cinq parois en verre (il n'y a pas de couvercle) ont une épaisseur de 1 cm. Combien de litres d'eau l'aquarium contient-il si la hauteur du volume d'eau est 40 cm ?

- (A) 115,2 (B) 108 (C) 102,4 (D) 96 (E) 93,6

7. Si $a + b = 1$ et $b + c = -2$ et $c + d = 3$, alors $a + d =$

- (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8

8. Si tous les Martiens ont la peau verte et si tous les êtres à la peau verte chantent juste, alors :

- (A) Tous les êtres qui chantent juste sont des Martiens;
 (B) Il existe un Martien qui ne chante pas juste;
 (C) Tous les Martiens chantent juste;
 (D) Aucun Martien ne chante juste.
 (E) Aucune des conclusions précédentes ne découle des hypothèses.

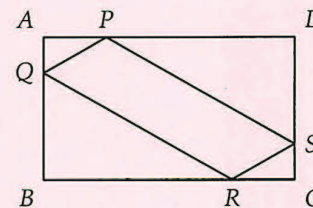
9. Sans réponse préformulée — Maude a acheté de la nourriture pour alimenter ses 14 poules durant 16 jours. Si elle possédait 6 poules de moins, combien de jours cette nourriture durerait-elle ?

10. Le loueur gonfle tous les pneus de ses vélos à 2 roues et de ses cuistax à 4 roues, soit un total de 96 pneus. Sachant qu'il y a 2 fois plus de vélos que de cuistax, combien de véhicules possède-t-il ?

- (A) 30 (B) 32 (C) 36 (D) 38 (E) 40

11. Sans réponse préformulée — Un carré est formé de quatre rectangles de 7 sur 3 et d'un petit carré central. Quelle est l'aire de ce dernier ?

12. Dans le rectangle $ABCD$, les points P , Q , R et S sont situés sur les côtés, à une distance égale au quart de la longueur de leur côté à partir des sommets A et C , comme sur la figure ci-dessous. Quel est le rapport de l'aire de $PQRS$ à celle de $ABCD$?

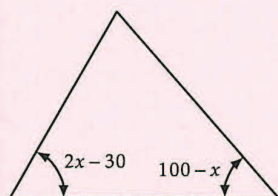


- (A) $\frac{3}{16}$ (B) $\frac{5}{16}$ (C) $\frac{7}{16}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{3}{8}$

13. Un cocktail est composé de 25 % de jus de cerises, de 25 % de jus de pommes et de 50 % d'eau gazeuse. Le jus de cerises est composé à 11 % de sucre, le jus de pommes à 10 % et l'eau n'en contient pas. Quelle est la teneur en sucre du cocktail?

- (A) 5% (B) 5,25% (C) 5,5% (D) 10,5% (E) 11%

14. Dans le triangle ci-dessous, les amplitudes des angles sont indiquées en degrés. Combien y a-t-il de valeurs de x pour lesquelles le triangle est rectangle?



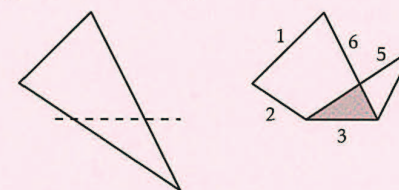
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) Une infinité

15. *Sans réponse préformulée* — Au début d'un jeu, je disposais de 32 pions. À la fin, je n'en ai plus aucun. À chaque tour, j'ai perdu un nombre premier de pions, mais jamais deux fois le même nombre. Quel est le plus grand nombre de tours que j'aurais pu jouer?

16. En 1909, Blériot s'envola d'une plage française pour traverser la Manche vers l'Angleterre où il atterrit 27 min plus tard, après un vol long de 39,6 km. Quelle était la vitesse de son avion, en supposant qu'il a parcouru cette distance à vitesse constante?

- (A) 48 km/h (D) 108 km/h
 (B) 78 km/h (E) 208 km/h
 (B) 78 km/h (E) 208 km/h
 (B) 78 km/h (E) 208 km/h
 (B) 78 km/h (E) 208 km/h
 (B) 78 km/h (E) 208 km/h
 (B) 78 km/h (E) 208 km/h

17. En pliant un triangle selon une droite, je peux obtenir un polygone à 6 côtés, comme sur la figure ci-dessous. Combien de côtés puis-je obtenir au maximum en pliant un rectangle selon une droite?



- (A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 9 (E) 11

18. *Sans réponse préformulée* — Un tour de circuit de 10 km a été effectué à la vitesse moyenne de 100 km/h. Les 5 premiers kilomètres ont été parcourus avec une vitesse de 150 km/h. À quelle vitesse, en kilomètres par heure, ont été effectués les 5 derniers kilomètres?

19. *Sans réponse préformulée* — Sur un quadrillage 5 fois 5 (de 25 cases donc), Hypatie dispose des pièces rectangulaires qui recouvrent chacune 2 cases, sans déborder. Les pièces rectangulaires *ne* se touchent pas, même en leurs coins. Quel est le nombre maximal de pièces qu'elle peut ainsi placer?

20. De combien la somme $\frac{1}{11} + \frac{2}{11} + \dots + \frac{10}{11}$ surpasse-t-elle la somme $\frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \dots + \frac{6}{7}$?

- (A) $\frac{76}{77}$ (B) $\frac{74}{77}$ (C) 6 (D) 2 (E) $\frac{21}{11}$

21. *Sans réponse préformulée* — Combien de multiples de 12 sont des produits de deux nombres distincts de l'ensemble $\{1, 3, 6, 12, 15, 16, 20\}$?

21. *Sans réponse préformulée* — Combien de multiples de 12 sont des produits de deux nombres distincts de l'ensemble $\{1, 3, 6, 12, 15, 16, 20\}$?
 21. *Sans réponse préformulée* — Combien de multiples de 12 sont des produits de deux nombres distincts de l'ensemble $\{1, 3, 6, 12, 15, 16, 20\}$?
 21. *Sans réponse préformulée* — Combien de multiples de 12 sont des produits de deux nombres distincts de l'ensemble $\{1, 3, 6, 12, 15, 16, 20\}$?
 21. *Sans réponse préformulée* — Combien de multiples de 12 sont des produits de deux nombres distincts de l'ensemble $\{1, 3, 6, 12, 15, 16, 20\}$?
 21. *Sans réponse préformulée* — Combien de multiples de 12 sont des produits de deux nombres distincts de l'ensemble $\{1, 3, 6, 12, 15, 16, 20\}$?

22. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, un triangle ABC a pour sommets $A(2;1)$, $B(6;2)$ et $C(3;7)$. Laquelle des opérations suivantes donne un triangle qui *ne peut pas* être obtenu en appliquant une symétrie orthogonale à ABC ?
- (A) Changer le signe des abscisses de A , B et C
 (B) Changer le signe des ordonnées de A , B et C
 (C) Changer le signe des abscisses et des ordonnées de A , B et C
 (D) Échanger les abscisses et les ordonnées de A , B et C
 (E) Aucune des réponses précédentes
23. *Sans réponse préformulée* — Dans le triangle ABC , $\widehat{A} = 20^\circ$. Le point D appartient au côté $[AC]$, le point E au côté $[AB]$. Les droites BD et EC se coupent en F . Les angles \widehat{BDC} et \widehat{BEC} mesurent respectivement 50° et 40° . Que mesure l'angle \widehat{BFC} , en degrés ?
24. Une école comporte quatre classes, chacune de 20 élèves. Pour tout choix d'un élève par classe, il y a au moins deux filles parmi les quatre élèves choisis. Le nombre maximal de garçons dans cette école est :
- (A) 22 (B) 40 (C) 41 (D) 61 (E) Un autre nombre
25. *Sans réponse préformulée* — Mathilda organise sa collection de pièces de 5 centimes de la manière suivante : une pile de 1 pièce, une pile de 2 pièces, une pile de 3 pièces et ainsi de suite jusqu'à une pile de 25 pièces, puis, en diminuant, une pile de 24 pièces, une pile de 23 pièces et ainsi de suite jusqu'à une pile de 1 pièce. Combien de pièces a-t-elle arrangées ?
26. Dans mon école, 40 % des élèves viennent en bus, 25 % à vélo, 15 % à pied et les autres en voiture. Parmi ceux qui *ne* viennent pas en voiture, quel est le pourcentage de ceux qui viennent à pied ?
- (A) 12 % (B) 16 % (C) 18,5 % (D) 18,75 % (E) 19,25 %
27. *Sans réponse préformulée* — Quel est le chiffre des unités de $18^4 \times 19^3$?
28. *Sans réponse préformulée* — Quel est le reste de la division de 434 721 566 336 par 7 ?

29. *Sans réponse préformulée* — Un père a eu son premier enfant le jour de ses 20 ans et le deuxième le jour de ses 23 ans. Il se fait la réflexion que dans 5 ans son âge sera la somme des âges des enfants. Quel est l'âge du père, en années ?
30. Le triangle ABC est isocèle de sommet principal A . Le point Q est le milieu de $[AC]$. La bissectrice de l'angle \widehat{B} et la médiatrice du côté $[AC]$ se coupent en P . Si $\widehat{A} = 68^\circ$, que mesure l'angle \widehat{BPQ} ?
- (A) 2° (B) 3° (C) 4° (D) 5° (E) 6°

Les participants sélectionnés pour la finale recevront par l'intermédiaire de leur école une fiche qu'ils devront compléter. Le jour de la finale, ils se muniront de cette fiche ainsi que de leur carte d'identité.