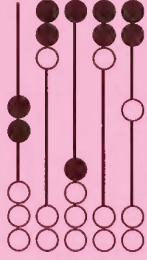


OLYMPIADE MATHÉMATIQUE BELGE

Quarante-huitième Olympiade Mathématique Belge

Organisée par la Société Belge des Professeurs de Mathématique

Mini demi-finale 2023



INSTRUCTIONS

1. N'ouvrez pas ce livret avant le signal de votre professeur.
2. Vous indiquerez vos réponses au verso de cette page.
3. Ce questionnaire contient 30 questions ; répondez à 5 questions au moins.
4. Quinze questions sont à choix multiple. Chacune est suivie de réponses désignées par **(A)**, **(B)**, **(C)**, **(D)** et **(E)**. Chaque question possède une seule réponse correcte. Décidez quelle est la réponse correcte parmi les cinq proposées et retenez la lettre majuscule correspondante. Sur la feuille réponse, écrivez cette lettre dans le cercle situé à droite du numéro de la question.
EXEMPLE : si vous estimez que la réponse correcte à la question numéro 17 est celle précédée de la lettre **(D)**, vous écrirez **D** sur la feuille réponse, à droite du numéro 17, dans le cercle.
5. Quinze questions sont sans réponses préformulées. Dans ce cas, la réponse correcte est un nombre entier dans $[0; 999]$. C'est ce nombre que vous écrirez dans la case rectangulaire de la feuille réponse.
6. **RÈGLES DE COTATION :** Vous recevez 5 points par réponse correcte, 2 points par abstention et 0 point par réponse fausse. Avec ce système, deviner fera en moyenne diminuer votre score. Vous n'avez intérêt à deviner que si vous avez au moins une chance sur deux de bien choisir.
7. Reportez les réponses au fur et à mesure que vous les obtenez. Écrivez au crayon (si vous changez d'avis, gomez la réponse). Du papier de brouillon, du papier millimétré, une règle, un compas, une gomme peuvent être utilisés. Les calculatrices et règles à calcul ne sont pas autorisées, de même que les livres et les notes personnelles.
8. Au signal de votre professeur, détachez la feuille de couverture sans déchirer le questionnaire, retournez-la, couvrez-en les questions, puis inscrivez les informations demandées.
9. Quand votre professeur vous l'indiquera, commencez le travail sur les problèmes. Vous disposez de 90 minutes.

Mercredi 8 mars 2023

À REMPLIR PAR L'ÉLÈVE (en majuscules)

Nom :

Prénom :

Classe :

Adresse privée

Rue et n° :

Code postal et localité :

École
Nom (sans abréviations) :

Adresse

Rue et n° :

Code postal et localité :

CADRE RÉSERVÉ AU PROFESSEUR

Chaque réponse correcte a une valeur de 5 points et chaque abstention a une valeur de 2 points ; rien n'est déduit pour une réponse fausse. Le score total est calculé en prenant 5 fois le nombre de réponses correctes et en ajoutant 2 fois le nombre d'abstentions.

Réponses correctes :

$\times 5 =$

+

Abstentions :

$\times 2 =$

Score total :

1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>
8	<input type="text"/>
9	<input type="text"/>
10	<input type="text"/>
11	<input type="radio"/>
12	<input type="text"/>
13	<input type="radio"/>
14	<input type="radio"/>
15	<input type="text"/>
16	<input type="text"/>
17	<input type="radio"/>
18	<input type="text"/>
19	<input type="radio"/>
20	<input type="text"/>
21	<input type="text"/>
22	<input type="text"/>
23	<input type="text"/>
24	<input type="radio"/>
25	<input type="text"/>
26	<input type="text"/>
27	<input type="radio"/>
28	<input type="text"/>
29	<input type="radio"/>
30	<input type="text"/>

1. $2 - 0 \times 2 + 3 =$

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 7

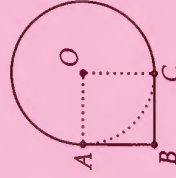
2. $986754312 - 493377156 =$

- (A) 443654312
 (B) 448377156
 (C) 493377146
 (D) 493377156
 (E) Un autre nombre

3. Les restes des divisions par 6 des nombres premiers plus grands que 4 sont :

- (A) 1 uniquement;
 (B) 5 uniquement;
 (C) 1 et 5;
 (D) 1, 3 et 5;
 (E) 1, 3, 4 et 5.

4. La figure ci-contre représente un carré $OABC$ et un cercle de centre O et de rayon 1, passant par A et C . Que mesure le contour en traits pleins ?



- (A) $1 + \frac{3}{4}\pi$
 (B) $2 + \frac{3}{4}\pi$
 (C) $2 + \frac{3}{2}\pi$
 (D) $4 + \frac{3}{4}\pi$
 (E) $4 + \frac{3}{2}\pi$

5. Quel est le plus petit nombre naturel non nul, carré parfait et divisible par 2, par 5 et par 7 ?

- (A) 70 (B) 100 (C) 196 (D) 1225 (E) 4900

6. Quelle ligne faut-il supprimer dans cette addition pour obtenir la somme indiquée ?

$$\begin{array}{r} 12232 \\ + 14570 \quad \text{(A)} \\ + 62541 \quad \text{(B)} \\ + 35550 \quad \text{(C)} \\ + 27485 \quad \text{(D)} \\ + 36542 \quad \text{(E)} \\ \hline 174350 \end{array}$$

- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

7. Parmi les nombres suivants, lequel est le plus grand ?

- (A) $\frac{2025 + 2026}{2023 + 2024}$
 (B) $\frac{2024 + 2026}{2023 + 2025}$
 (C) $\frac{2024 + 2025}{2023 + 2026}$
 (D) $\frac{2023 + 2025}{2024 + 2026}$
 (E) $\frac{2023 + 2024}{2025 + 2026}$

8. Sans réponse préformulée — Combien de nombres naturels impairs divisent 230 ?

9. Sans réponse préformulée — Un millepatte a 500 pattes gauches et 500 pattes droites. Pour être sûr d'avoir de quoi chauser au moins la moitié de ses pattes gauches de chaussures gauches et la moitié de ses pattes droites de chaussures droites, combien doit-il prendre de chaussures dans un tas où 500 chaussures droites et 500 chaussures gauches sont mélangées sans qu'il puisse les distinguer ?

10. Sans réponse préformulée — Nanèsse mange un quart du paquet de bonbons qu'elle vient d'ouvrir. Tchanchès mange les deux tiers des bonbons restants. Il reste alors cinq bonbons dans le paquet. Combien y avait-il de bonbons au départ ?

11. Un soir, une émission de télévision a rassemblé une audience de 2,2 millions de téléspectateurs, soit 23% du public. Quelle aurait été l'audience de cette émission avec 30% du public?

- (A) Environ 0,66 million de téléspectateurs
- (B) Environ 2,5 millions de téléspectateurs
- (C) Environ 2,87 millions de téléspectateurs
- (D) Environ 3,17 millions de téléspectateurs
- (E) Environ 31,71 millions de téléspectateurs

12. *Sans réponse préformulée* — Le nombre *miroir* d'un nombre naturel est le nombre obtenu en inversant l'ordre de ses chiffres. Le nombre 4026 et son nombre miroir 6204 sont divisibles par 6. Quel est le quotient par 6 du premier nombre strictement supérieur à 4026 tel que son nombre miroir et lui soient tous deux à nouveau divisibles par 6?

13. Flocon est un chat qui aime voler des friandises dans l'armoire de sa maîtresse. Il respecte toujours les règles suivantes : si la maîtresse est présente, Flocon agit discrètement ; si Flocon agit discrètement, il marche dans l'ombre. Lors de son dernier chapardage, Flocon n'a pas marché dans l'ombre ; alors certainement :

- (A) La maîtresse était présente ;
- (B) La maîtresse n'était pas présente ;
- (C) Flocon a agi discrètement.
- (D) On ne peut savoir si la maîtresse était présente.
- (E) Aucune des conclusions précédentes n'est correcte.

14. Si la longueur et la largeur d'un rectangle augmentent de 50%, de quel pourcentage augmente alors son aire?

- (A) 75%
- (B) 100%
- (C) 125%
- (D) 150%
- (E) 225%

15. *Sans réponse préformulée* — Vingt joueurs sont assis en cercle. Pour constituer la première équipe d'un jeu, le plus jeune joueur choisit comme coéquipier un joueur assis six places plus loin. Celui-ci ajoute à l'équipe le joueur assis six places plus loin en tournant dans le même sens, et ainsi de suite, de six en six, jusqu'à revenir exactement au joueur le plus jeune. Tous les joueurs restent assis à leur place pendant la constitution de l'équipe. De combien de joueurs cette première équipe est-elle constituée?

16. *Sans réponse préformulée* — Si a, b, c, d sont des nombres entiers positifs tels que $a \leq 2b, b \leq 3c, c \leq 4d$ et $d \leq 40$, quelle est la plus grande valeur possible pour a ?

17. Pour trois nombres réels a, b et c , l'égalité $a(b+c) = ab+c$

- (A) Est toujours vérifiée quels que soient a, b et c ;
- (B) Entraîne nécessairement $c = 0$;
- (C) Entraîne nécessairement $a = 1$;
- (D) Est vraie si et seulement si $a = 1$ ou $c = 0$;
- (E) N'est jamais vraie.

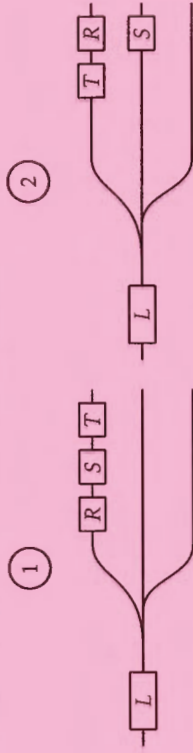
18. *Sans réponse préformulée* — Au début d'un match de football, les deux équipes de 11 joueuses sont alignées de part et d'autre des 4 arbitres. À la fin des hymnes nationaux, toutes les joueuses de l'équipe A passent devant les arbitres et devant toutes les joueuses de l'équipe B pour leur taper dans la main. Ensuite, les joueuses de l'équipe B tapent dans la main des arbitres. Combien y a-t-il de tapes dans les mains?

19. Un segment $[AB]$ est une base d'un trapèze $ABCD$. La diagonale $[BD]$ partage ce trapèze en un triangle ABD , isocèle en B , et un triangle BCD , rectangle en B . Si x est l'amplitude de \widehat{DAB} en degrés, quelle est l'amplitude en degrés de l'angle \widehat{BCD} ?

- (A) x
- (B) $\frac{x}{2}$
- (C) $90 - x$
- (D) $2x - 90$
- (E) $60 - \frac{x}{2}$

20. *Sans réponse préformulée* — Pour impressionner les Gaulois, César fait défiler deux groupes de légionnaires. Chaque groupe est disposé en carré parfait. Le plus grand carré a 7 rangées de plus que l'autre. Les effectifs des deux groupes diffèrent de 217 légionnaires. Combien de légionnaires compte ce défilé?

21. *Sans réponse préformulée* — Quelle est la somme de tous les chiffres utilisés pour écrire tous les nombres de 1 à 100 inclus ?
22. *Sans réponse préformulée* — Trois wagons R , S , T sont garés sur une des trois voies de garage d'une gare de tri, comme sur la figure ci-dessous. La locomotive L peut tracter un seul wagon à la fois puis le repousser sur une autre voie de garage. Pour amener les wagons de la situation 1 à la situation 2, combien de fois au minimum la locomotive devra-t-elle déplacer un wagon d'une voie de garage à une autre ?



23. *Sans réponse préformulée* — Sur la figure ci-contre, le petit cercle a un rayon quatre fois plus petit que le grand et les cercles sont tangents au point T . Le petit cercle roule sans glisser autour du grand cercle jusqu'à revenir à son point de départ T . Combien de fois a-t-il tourné sur lui-même ?
24. *Spip a N noisettes*. Il les répartit équitablement dans 7 cachettes mais il lui reste 3 noisettes non stockées. Si Spip veut qu'il n'y ait plus de reste quand il les répartit équitablement dans ses 7 cachettes, quel est le plus petit nombre naturel non nul par lequel il doit multiplier son nombre initial N de noisettes ?
25. *Sans réponse préformulée* — Le numérateur d'une première fraction est le triple du dénominateur d'une seconde. Le numérateur de la seconde est le quart du dénominateur de la première. Que vaut cent fois le produit de ces deux fractions ?
26. *Sans réponse préformulée* — Inès et Mathieu ont semé en tout 35 graines de haricot. Il manque 4 graines à Mathieu pour en avoir exactement le double de celles d'Inès. Combien en a-t-il ?
27. Si $q > 5$, laquelle des expressions suivantes donne la plus petite valeur ?

- (A) $\frac{q+1}{5}$ (B) $\frac{q}{5}$ (C) $\frac{5}{q-1}$ (D) $\frac{5}{q+1}$ (E) $\frac{5}{q}$

28. *Sans réponse préformulée* — Que vaut la somme des trois nombres naturels dont les produits deux à deux valent 75, 126 et 1050 ?
29. Le triangle isocèle ABC , dont l'angle au sommet principal A a une amplitude de 38° , a un point M sur $[BC]$, un point P sur $[AB]$ et un point Q sur $[AC]$ tels que MP et MQ sont perpendiculaires et $|MP| = |MQ|$. Quelle est l'amplitude de l'angle \widehat{CQM} ?
30. *Sans réponse préformulée* — Un carré est partagé en quatre rectangles. Les dimensions en centimètres de trois de ceux-ci sont 4×6 , 5×9 et 2×11 . Quelle est, en centimètres carrés, l'aire du quatrième rectangle ?

- (A) 42° (B) 52° (C) 57° (D) 65° (E) 68°

Les participants sélectionnés pour la finale recevront par l'intermédiaire de leur école une fiche qu'ils devront compléter. Le jour de la finale, ils se muniront de cette fiche ainsi que de leur carte d'identité.