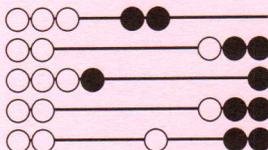




**OLYMPIADE
MATHÉMATIQUE BELGE**



Quarante-sixième Olympiade Mathématique Belge

Organisée par la Société Belge des Professeurs de Mathématique

Mini éliminatoire 2021

INSTRUCTIONS

1. N'ouvrez pas ce livret avant le signal de votre professeur.
2. Vous indiquerez vos réponses au verso de cette page.
3. Ce questionnaire contient 30 questions ; répondez à 5 questions au moins.
4. Vingt-deux questions sont à choix multiple. Chacune est suivie de réponses désignées par **(A)**, **(B)**, **(C)**, **(D)** et **(E)**. Chaque question possède une seule réponse correcte. Décidez quelle est la réponse correcte parmi les cinq proposées et retenez la lettre majuscule correspondante. Sur la feuille réponse, écrivez cette lettre dans le cercle situé à droite du numéro de la question.
EXEMPLE : si vous estimez que la réponse correcte à la question numéro 17 est celle précédée de la lettre **(D)**, vous écrirez D sur la feuille réponse, à droite du numéro 17, dans le cercle.
5. Huit questions sont sans réponses préformulées. Dans ce cas, la réponse correcte est un nombre entier dans $[0; 999]$. C'est ce nombre que vous écrirez dans la case rectangulaire de la feuille réponse.
6. **RÈGLES DE COTATION** : Vous recevez 5 points par réponse correcte, 2 points par abstention et 0 point par réponse fausse. Avec ce système, deviner fera en moyenne diminuer votre score. Vous n'avez intérêt à deviner que si vous avez au moins une chance sur deux de bien choisir.
7. Reportez les réponses au fur et à mesure que vous les obtenez. Écrivez au crayon (si vous changez d'avis, gomez la réponse). Du papier de brouillon, du papier millimétré, une règle, un compas, une gomme peuvent être utilisés. Les calculatrices et règles à calcul ne sont pas autorisées, de même que les livres et les notes personnelles.
8. Au signal de votre professeur, détachez la feuille de couverture sans déchirer le questionnaire, retournez-la, couvrez-en les questions, puis inscrivez les informations demandées.
9. Quand votre professeur vous l'indiquera, commencez le travail sur les problèmes. Vous disposez de 90 minutes.

Mercredi 13 janvier 2021

À REMPLIR PAR L'ÉLÈVE (en majuscules)

Nom :

Prénom :

Classe :

Adresse privée

Rue et n° :

Code postal et localité :

École

Nom (sans abréviations) :

Adresse

Rue et n° :

Code postal et localité :

CADRE RÉSERVÉ AU PROFESSEUR

Chaque réponse correcte a une valeur de 5 points et chaque abstention a une valeur de 2 points ; rien n'est déduit pour une réponse fausse. Le score total est calculé en prenant 5 fois le nombre de réponses correctes et en ajoutant 2 fois le nombre d'abstentions.

Réponses correctes :

<input type="text"/>	× 5 =	<input type="text"/>
----------------------	-------	----------------------

+

Abstentions :

<input type="text"/>	× 2 =	<input type="text"/>
----------------------	-------	----------------------

Score total :

<input type="text"/>

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

1. $(2+0+2+1)-(2\times 0\times 2\times 1)=$

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 4

(E) 5

2. Quel est le plus grand de ces nombres ?

(A) $\frac{1}{3}$

(B) 0,3030

(C) 0,0330

(D) $\frac{3}{10}$

(E) trente-trois centièmes

3. Le médicament de Noam est un flacon de 90 ml de sirop. Il doit en prendre 4,5 ml chaque jour jusqu'à ce que le flacon soit vide. Quelle sera la durée du traitement, en jours ?

(A) 5

(B) 10

(C) 20

(D) 30

(E) 45

4. $3 =$

(A) $\frac{1}{3} + \frac{1}{9}$

(B) $\frac{1}{3} - \frac{1}{9}$

(C) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{9}$

(D) $\frac{1}{3} : \frac{1}{9}$

(E) Aucune de ces expressions

5. *Sans réponse préformulée* — La page Wikipédia consacrée à la rivière Doubs (consultée le 4 novembre 2019) indique : « Sa longueur totale est de 453 km, dont 430 km sur le territoire français et 85 km sur le territoire suisse. » Selon cette source, et si la rivière s'écoule uniquement dans ces deux pays, sur combien de kilomètres sert-elle de frontière entre la France et la Suisse ?

6. Les dimensions du rectangle $ABCD$ sont 3 et 4. Le point E est le milieu du côté $[AB]$. Quelle est l'aire du triangle BED ?

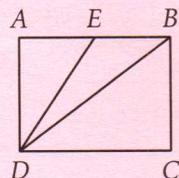
(A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) 6

(E) 7,5



7. Françoise saute d'un plongeur : ses pieds s'élèvent d'un mètre, descendent de cinq mètres et effectuent une remontée de deux mètres jusqu'à la surface de l'eau, pour sortir du bassin. Quelle est, en mètres, la hauteur du plongeur au-dessus de l'eau ?

(A) 1

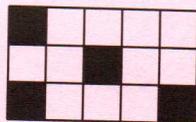
(B) 2

(C) 3

(D) 4

(E) 5

8. Pauline a dessiné la grille rectangulaire ci-contre, qui est divisée en 15 cases de même grandeur. Combien de carrés de 4 cases contiennent une case noire ?

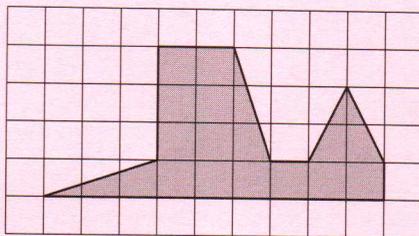


- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

9. Pierre calcule la somme des 20 premiers nombres naturels impairs tandis que Lou calcule la somme des 20 premiers nombres naturels pairs non nuls. Quelle est la différence entre leurs résultats ?

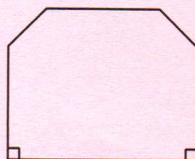
- (A) 0 (B) 2 (C) 20 (D) 40 (E) 210

10. Dans la figure ci-contre, que vaut l'aire de la région ombrée, si l'aire des carrés du quadrillage vaut 1 ?



- (A) 15,5
(B) 16
(C) 16,5
(D) 17
(E) 17,5

11. Le pignon de cette maison a la forme d'un hexagone avec deux angles droits. Les quatre autres angles intérieurs ont la même amplitude. Quelle est, en degrés, l'amplitude de chacun de ces quatre angles ?



- (A) 165 (B) 150 (C) 135 (D) 120 (E) 105

12. Le trajet aller m'a pris 2 heures et 53 minutes, le trajet retour 4 heures et 12 minutes. L'aller-retour m'a pris en tout :

- (A) 6 heures et 5 minutes ; (D) 7 heures et 15 minutes ;
(B) 7 heures et 5 minutes ; (E) 8 heures et 5 minutes.
(C) 7 heures et 7 minutes ;

13. Si p et q sont deux nombres naturels premiers quelconques, alors obligatoirement :

- (A) $p \cdot q$ est premier ; (D) $p + q$ est premier ;
(B) $p \cdot q$ n'est pas premier ; (E) $2p + 3q$ est premier.
(C) $p - q$ est premier ;

14. *Sans réponse préformulée* — L'année 2021 s'obtient en accolant dans l'ordre croissant deux nombres consécutifs : 20 et 21. Combien d'années faudra-t-il attendre pour que cela se produise à nouveau ?

15. Avec 1 kg de sucre et 1 kg de fraises, on obtient 1,6 kg de confiture. Combien faut-il de kilogrammes de fraises pour obtenir 8 kg de confiture ?

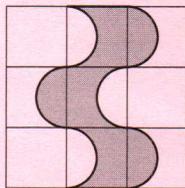
- (A) 3,2 (B) 5 (C) 10 (D) 12,8 (E) 20

16. *Sans réponse préformulée* — Si j'efface 28 chiffres du nombre ci-dessous, quel est le plus grand nombre que je peux former avec les chiffres restants sans modifier leur ordre ?

1234567891011121314151617181920

17. Dans la figure ci-contre, le côté de chacun des petits carrés vaut 1 et les arcs de cercles sont des demi-cercles. Que vaut l'aire de la surface ombrée ?

- (A) $3\pi - 6$ (B) π (C) $9 - 2\pi$ (D) $6 - \pi$ (E) 3



18. $99 - 97 + 95 - 93 + 91 - \dots + 3 - 1 =$

- (A) 0 (B) 25 (C) 32 (D) 48 (E) 50

19. Quel est le nombre maximal d'angles droits consécutifs d'un octogone convexe sans angle plat ?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

20. $1 + 11 + 111 + 1111 + 11111 + 111111 + 1111111 + 11111111 + 111111111 =$

(A) 10 000 000 000

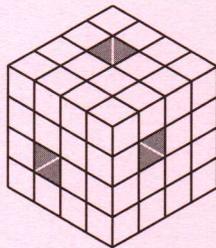
(D) 987 654 321

(B) 9 999 999 999

(E) 123 456 789

(C) 1 000 000 000

21. Ce grand cube était formé de 64 petits cubes identiques. Trois tunnels rectilignes ont été creusés, qui le traversent de part en part. Les zones ombrées sur la figure représentent leurs extrémités. Combien reste-t-il de petits cubes ?



(A) 51

(B) 52

(C) 53

(D) 54

(E) Une autre réponse

22. *Sans réponse préformulée* — Mon perroquet affirme que mon âge est le tiers du sien. Ce curieux volatile a 30 ans de plus que moi. Quel est donc son âge, en années ?

23. *Sans réponse préformulée* — Un nombre *palindrome* est un nombre qui a la même valeur quel que soit le sens de lecture, par exemple 538835. Quel est le plus petit nombre naturel qui, additionné à 2021, donne un nombre palindrome ?

24. Le numérateur d'une première fraction est le triple du dénominateur d'une seconde fraction. Le dénominateur de la première est le quadruple du numérateur de la seconde. Quel est le produit de ces deux fractions ?

(A) $\frac{4}{3}$

(B) $\frac{3}{4}$

(C) 1

(D) 12

(E) $\frac{1}{12}$

25. Pour décomposer un triangle acutangle quelconque en deux figures de même aire, il suffit de tracer :

(A) Une médiane ;

(B) Une hauteur ;

(C) Une médiatrice ;

(D) Une bissectrice.

(E) Aucune de ces droites ne convient.

26. *Sans réponse préformulée* — Pour nourrir un rassemblement de 36 000 mathématiciens, il est prévu une portion individuelle de 300 g de frites. Des véhicules légers, chacun avec une charge maximale de 500 kg, transporteront les frites, en convoi pour arriver au même moment. Chaque véhicule occupe 15 m sur la chaussée. Quelle sera au minimum la longueur du convoi, en mètres ?
27. Je dispose de 50 billets indiscernables de 50 euros, 20 billets indiscernables de 20 euros et 10 billets indiscernables de 10 euros. De combien de manières différentes puis-je constituer la somme de 80 euros ?
- (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 9
28. Une playlist comporte 300 titres : 30 titres de rap, 30 % de pop, $\frac{1}{4}$ de titres de rock et le reste ne comporte que de l'électro. Que vaut le pourcentage de titres d'électro sur cette playlist ?
- (A) 105 % (B) 55 % (C) 35 % (D) 15 % (E) Une autre valeur
29. *Sans réponse préformulée* — Quarante-neuf familles vivent dans ce village. Chacune d'elles possède 1 vélo, 3 vélos ou 5 vélos. Il y a autant de familles possédant un seul vélo que de familles possédant 5 vélos. Combien y a-t-il de vélos dans le village ?
30. *Sans réponse préformulée* — Voici les six faces d'un dé particulier :



Sur une table sont assemblés 4 dés identiques, comme sur la figure ci-dessous. Quel est le nombre de points en contact avec la table ?

